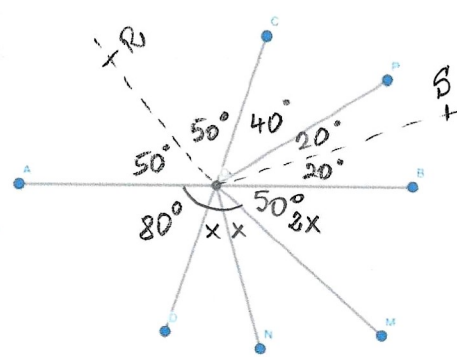
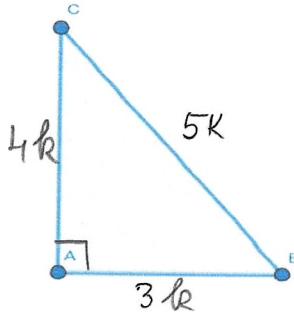


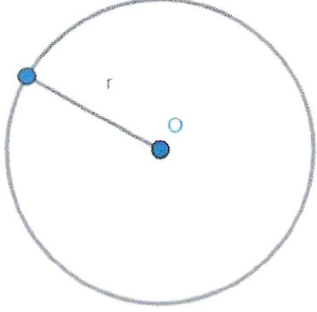
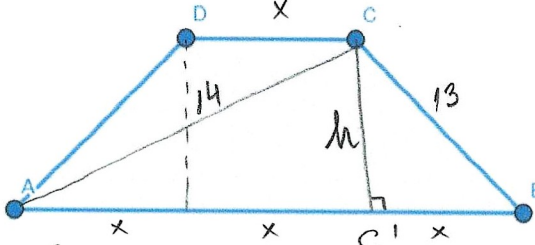
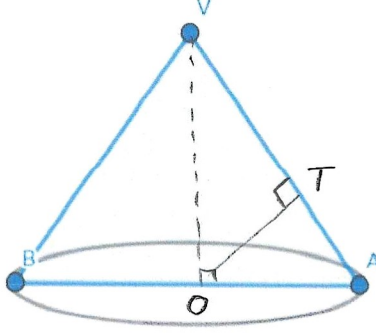
Testul numărul 10

Subiectul I (30 puncte)

5p	1. Opusul numărului $x = \{(-2) \cdot [3 - (-6 \cdot 3 + 5 \cdot 2)]\} \cdot (-1)^3$ este: a) 22; b) -15; c) -22; d) -0,0(45). $\{(-2) \cdot [3 - (-18 + 10)]\} \cdot (-1) = \{(-2) \cdot [3 + 8]\} \cdot (-1) = \{-2 \cdot 11\} \cdot (-1) = +22$
5p	2. Media aritmetică a numerelor a și b, unde $a = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{20}$ și $b = 1 + \frac{3}{6} + \frac{6}{9} + \frac{9}{12} + \dots + \frac{57}{60}$ este egală cu: a) 10,5; b) 11,5; c) 10; d) 12,5. $b = 1 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \dots + \frac{19}{20}$ $a + b = 2 + 1 + 1 + \dots + 1 = 21$ $\frac{a+b}{2} = 10,5$
5p	3. Soluția ecuației $\frac{3x-5}{7} + \frac{x+4}{2} = \frac{5x-7}{14} + \frac{x}{2}$ este: a) -25; b) -5; c) 7; d) -10. $6x - 10 + 7x + 28 = 5x - 7 + 7x$ $13x + 18 = 12x - 7$ $x = -25$
5p	4. Dacă $\sqrt{(2x-4)^2} + \sqrt{(3y+9)^2} = 0$ atunci $3x+2y$ este: a) 6; b) -1; c) 0; d) 13. $2x-4 =0 \Rightarrow x=2$ $3y+9 =0 \Rightarrow y=-3$ $\Rightarrow 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0$
5p	5. Dacă 6 excavatoare sapă o fundație în 8 ore, atunci 8 excavatoare cu același ritm, pot săpa fundația în: a) 3 ore; b) 6 ore; c) 10 ore; d) 4 ore. $\frac{6}{8} = \frac{x}{8} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 8}{8} = 6 \text{ ore}$
5p	6. Petru afirmă că: probabilitatea ca eu să aleg un număr de două cifre, cu un număr impar de divizori este de $\frac{1}{15}$. Afirmatia lui Petru este: a) Adevărată; b) Falsă. <i>Putările perfecte au nr. impar de divizori</i> $10 \dots 99$ $99 - 10 + 1 = 90 \text{ nr}$ $\{16, 25, 36, 49, 64, 81\}$ 6 nr $P = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$

Subiectul II (30 puncte)

5p	1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele distincte A, B, C, D astfel încât $\frac{AC}{AB} = \frac{3}{4}$, $\frac{AD}{AB} = \frac{11}{12}$ punctele N și P sunt mijloacele segmentelor CD și AB, astfel încât NP=3,5 cm. Lungimea segmentului AB este egală cu:  a) 10,5 cm; $CD = \frac{AB}{4} - \frac{AB}{12} = \frac{AB}{6}$ b) 9,5 cm; $CN = ND = \frac{AB}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{AB}{12}$ c) 9 cm; d) 12 cm. $CP = \frac{AB}{4}$; $PN = 3,5 = \frac{AB}{4} + \frac{AB}{12} \Rightarrow 3,5 = \frac{4AB}{12} \Rightarrow AB = 10,5$
5p	2. În figura alăturată dreptele AB și CD sunt concurente în O. Semidreptele OM, ON și OP sunt bisectoarele $\angle DOB$, $\angle DOM$, $\angle COB$. Dacă $\angle AOM = 130^\circ$, atunci măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor $\angle AOC$ și $\angle POB$ este egală cu: a) 120°; b) 110°; c) 140°; d) 90°. $2x = 50^\circ$ $x = 25^\circ$ $\angle ROS = 50^\circ + 40^\circ + 20^\circ = 110^\circ$ 
5p	3. În figura alăturată este reprezentat un triunghi ABC dreptunghic în $\angle A$; $\tan \angle B = \frac{4}{3}$ și aria 24 cm^2. Lungimea ipotenuzei este egală cu: a) 14 cm; b) 12 cm; c) 10 cm; d) 8 cm. $\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{3} \Rightarrow$ $AC = 4k$ $BC = 3k$ $\frac{3k \cdot 4k}{2} = 24$ $k^2 = 4 \Rightarrow k = 2$ 

5p	4. Fie cercul $C(O, r)$, acesta are lungimea cercului egală cu $m\pi$ cm și aria discului este egală cu $m\pi$ cm². Raza cercului este egală cu: a) 1 cm; b) 2 cm; c) 3 cm; d) 4 cm. $m\pi = 2\pi R$ $m\pi = \pi R^2$ $2R = R^2$ $R = 2$ 
5p	5. În figura alăturată este reprezentat un trapez isoscel ABCD, $AB \parallel CD$, $AB = 3 \cdot CD$, $AC = 14$ cm și $BC = 13$ cm. Aria trapezului este egală cu: a) $48\sqrt{10}$ cm²; b) 91 cm²; c) 38 cm²; d) $24\sqrt{10}$ cm²;  $CO'B \triangle drz \Rightarrow h^2 + x^2 = 169$ $CO'A \triangle drz \Rightarrow h^2 + 4x^2 = 196$ $(-)\Rightarrow 3x^2 = 27$ $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$ $h^2 = 160 \Rightarrow h = 4\sqrt{10}$ $A = \frac{(3+9) \cdot 4\sqrt{10}}{2}$
5p	6. În figura alăturată este reprezentat un con circular drept, cu aria laterală egală cu 20π cm² și volumul egal cu 12π cm³. Distanța de la centrul bazei la o generatoare este: a) $\frac{9}{5}$ cm; b) $\frac{2}{5}$ cm; c) $\frac{3}{5}$ cm; d) $\frac{4}{5}$ cm. $AL = \pi R G = 20\pi$ $R G = 20$ $V = \frac{\pi R^2 \cdot h}{3} = 12\pi$ $R^2 \cdot h = 36$ $R G = 20$ $\frac{R h}{G} = \frac{36}{20} = \frac{9}{5}$ $d(O, VA) = h \triangle dr = \frac{h \cdot R}{G}$ 

Subiectul III (30 puncte)

- 5p 1. O florărie vinde buchete cu 3 sau cu 5 trandafiri. În total sunt 40 de buchete și 170 de trandafiri.
- a) Verifică dacă este posibil ca florăria să vândă 14 buchete a câte 3 trandafiri. Justifică răspunsul.
- b) Determină numărul de buchete cu 5 trandafiri.

a) $14 \cdot 3 = 42$ flori
 $40 - 14 = 26$ (buchete cu 5 tr)
 $26 \cdot 5 = 130$ flori
 $42 + 130 = 172 \neq 170$, nu se poate.

b) fie $a =$ nr buchete cu 3 flori
 $b =$ " " " 5 flori

$$\begin{cases} a+b=40 \\ 3a+5b=170 \end{cases} \xrightarrow{1 \cdot 3} \begin{cases} 3a+3b=120 \\ 3a+5b=170 \end{cases} \xrightarrow{(-)} \begin{array}{r} 3a+3b=120 \\ 3a+5b=170 \\ \hline 2b=50 \end{array}$$

$a = 40 - 25 \Rightarrow a = 15$ (buchete cu 3 flori)

R: 25 buchete

5p

2. Se consider expresia $E(x) = \left(\frac{2}{x-2} - \frac{x-1}{(x+2)^2} - \frac{x}{x^2-4} \right) : \frac{9x+6}{x^3-2x^2-4x+8}$, unde $x \in \mathbb{R} - \left\{ -2; -\frac{2}{3}; 2 \right\}$.

a) Arată că $x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = (x-2)^2 \cdot (x+2)$ pentru orice x număr real.

b) Determină valorile întregi ale lui x pentru care $|E(x) \cdot (x+2)| \leq 4$.

$$a) \quad x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = (x-2)(x^2-4) = (x-2)(x-2)(x+2) = (x-2)^2 \cdot (x+2), \quad A^6$$

$$b) \quad E(x) = \left(\frac{2}{x-2} - \frac{x-1}{(x+2)^2} - \frac{x+2}{(x-2)(x+2)} \right) \cdot \frac{(x-2)^2 \cdot (x+2)}{3(3x+2)}$$

$$E(x) = \frac{2x^2 + 8x + 8 - x^2 + 2x + x - 2 - x^2 - 2x}{(x-2)(x+2)^2} \cdot \frac{(x-2)^2 \cdot (x+2)}{3(3x+2)}$$

$$E(x) = \frac{(9x+6)(x-2)}{(x+2)(9x+6)} = \frac{x-2}{x+2}$$

$$\left| \frac{x-2}{x+2} \cdot (x+2) \right| \leq 4 \Rightarrow |x-2| \leq 4$$

$$-4 \leq x-2 \leq 4 \quad | +2$$

$$-2 \leq x \leq 6$$

$$x \in \mathbb{Z} \setminus \{-2, 2\}$$

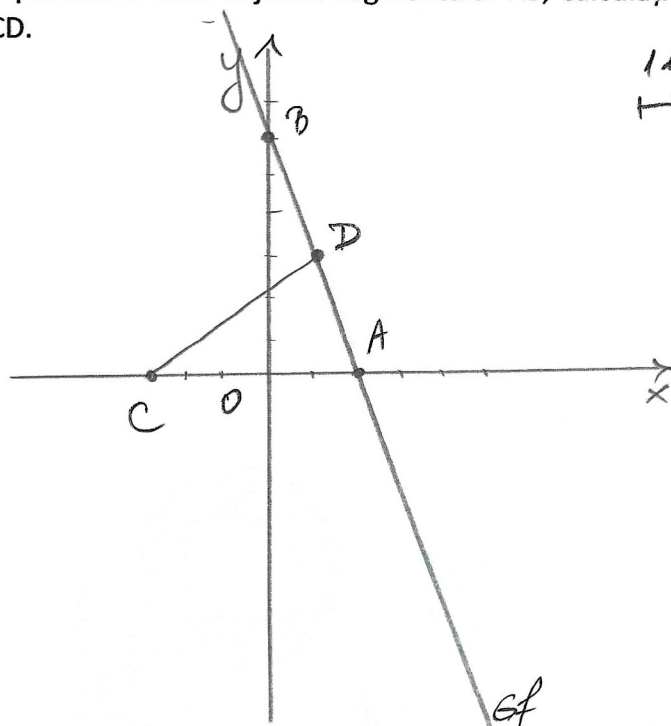
$$S = \{-1; 0; 1; 3; 4; 5; 6\}$$

5p

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -3x + 6$.

a) Calculează tangenta unghiului format de graficul funcției cu axa Ox .

b) Dacă punctul $C(-3; 0)$ se află în sistemul de axe xOy , $G_f \cap Ox = \{A\}$ și $G_f \cap Oy = \{B\}$, iar punctul D este mijlocul segmentului AB , calculați lungimea segmentului CD .



$$\begin{aligned} a) \{A\} &= G_f \cap Ox \Rightarrow f(x_A) = 0 \Rightarrow -3x_A + 6 = 0 \Rightarrow x_A = 2 \Rightarrow A(2; 0) \\ \{B\} &= G_f \cap Oy \Rightarrow f(0) = y_B \Rightarrow 6 = y_B \Rightarrow B(0; 6) \\ \text{tg } \angle(G_f, Ox) &= \text{tg } \angle BAO = \frac{OB}{OA} = \frac{6}{2} = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) D - \text{mijlocul lui } AB \Rightarrow \\ x_D &= \frac{x_A + x_B}{2} \Rightarrow x_D = \frac{2 + 0}{2} = 1 \\ y_D &= \frac{y_A + y_B}{2} \Rightarrow y_D = \frac{0 + 6}{2} = 3 \end{aligned} \Rightarrow D(1; 3)$$

$$\begin{aligned} CD &= \sqrt{(x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2} \Rightarrow CD = \sqrt{(-3 - 1)^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{16 + 9} = \\ &= \sqrt{25} = 5 \text{ (u)} \end{aligned}$$

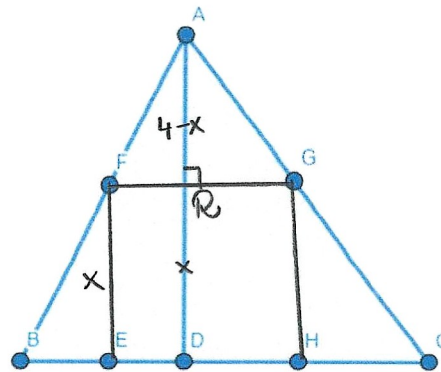
5p

4. Se dă un triunghi ABC oarecare cu $BC = 5$ cm și înălțimea $AD = 4$ cm. Fie un pătrat care are două vârfuri pe BC, unul pe AB și unul pe AC.

a) Calculați latura pătratului.

b) Arătați că raportul ariilor pătratului și triunghiului ABC este mai mic decât 0,5.

Problemă din manualul de matematică cls a vii a, 1998



$$\begin{aligned} \text{a) } \square EFGH \text{ pătrat} &\Rightarrow FG \parallel EH \quad \left. \begin{array}{l} E, H \in BC \\ \end{array} \right\} \Rightarrow FG \parallel BC \Rightarrow \triangle AFG \sim \triangle ABC \\ &\Rightarrow \frac{AF}{AB} = \frac{AG}{AC} = \frac{FG}{BC} = \frac{AR}{AD} \quad \left(\frac{l_{\triangle \text{mic}}}{l_{\triangle \text{mare}}} \right) \text{ unde } \overline{AR} = AD \cap FG. \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} AD = 4 \\ RD = x \end{array} \right\} \Rightarrow AR = 4 - x$$

$$\frac{x}{5} = \frac{4-x}{4} \Rightarrow 4x = 20 - 5x \Rightarrow 9x = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{9} \text{ (cm)}$$

$$\text{b) } A_{EFGH} = l^2 \Rightarrow A_{EFGH} = \frac{400}{81}$$

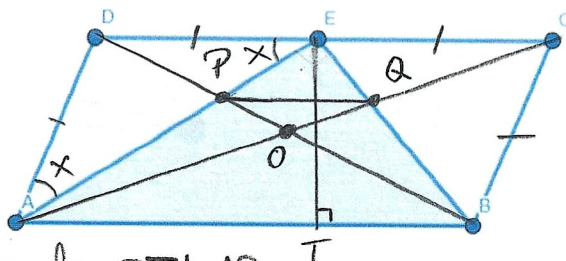
$$A_{\triangle ABC} = \frac{BC \cdot AD}{2} \Rightarrow A_{\triangle ABC} = \frac{4 \cdot 5}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

$$\frac{\frac{400}{81}}{10} < 0,5 \Rightarrow \frac{400}{81} < 5$$

$$\frac{400}{81} < \frac{400}{80} = 5. A''$$

5p

5. În figura alăturată este reprezentat un paralelogram ABCD, bisectoarele $\angle DAB$, $\angle ABC$ se intersectează în punctul E, $E \in (CD)$, iar aria triunghiului AEB este 25 cm^2 .
- a) Să se calculeze aria paralelogramului ABCD.
- b) Știind că $AE \cap BD = \{P\}$ și $BE \cap AC = \{Q\}$, să se demonstreze că $PQ \parallel DC$.



a) $A_{\triangle AEB} = \frac{ET \cdot AB}{2}$ unde $ET \perp AB$.

$\Rightarrow 25 = \frac{ET \cdot AB}{2} \Rightarrow ET \cdot AB = 50 (\text{cm}^2)$

$\square ABCD$ paralelogram $\Rightarrow A_{ABCD} = ET \cdot AB = 50 (\text{cm}^2)$

b) $AC \cap BD = \{O\} \Rightarrow O$ - este mijlocul $AC \Rightarrow AO = OC$
 $BD \Rightarrow BO = OD$
 AE bis $\angle DAB \Rightarrow \angle DAE = \angle EAB = x^\circ \Rightarrow \angle DAE = \angle DEA = x^\circ$
 dar $DE \parallel AB \Rightarrow \angle DEA = \angle EAB$
 AE sec $\Rightarrow \angle DAE = \angle DEA \Rightarrow DE = DA$ ①

$\Rightarrow \triangle DAE$ is un $\triangle$ în $\hat{D} \Rightarrow DE = DA$ ①
 $(BE$ bis $\angle CBA \Rightarrow \angle CBE = \angle EBA = y^\circ \Rightarrow \angle CEB = \angle CBE = y^\circ$
 dar $CE \parallel AB \Rightarrow \angle CEB = \angle EBA$
 BE sec $\Rightarrow \angle CBE = \angle EBA \Rightarrow CE = CB$ ②

$\Rightarrow \triangle CEB$ is un $\triangle$ în $\hat{C} \Rightarrow CE = CB$ ②
 $\Rightarrow DE = EC \Rightarrow E$ - mijlocul lui DC

①②

$ABCD$ paralelogram

$AD = CB$

$\triangle DAC$, AE med
 DO med

$AE \cap DO = \{P\}$

$\triangle BOC$, BE med
 CO med

$BE \cap CO = \{Q\}$

$P = c. de gr \triangle DAC \Rightarrow \frac{PE}{PA} = \frac{1}{2}$

$Q = c. de gr \triangle CDB \Rightarrow \frac{EQ}{QB} = \frac{1}{2}$

R. Thales
 $\Rightarrow$

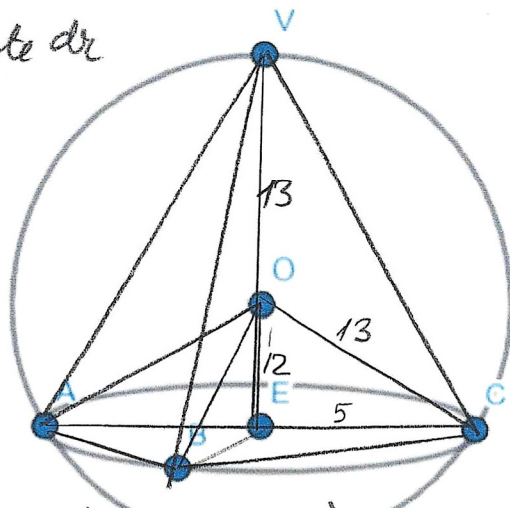
$PQ \parallel AB \wedge AB \parallel CD \Rightarrow PQ \parallel CD$

5p

6. Pe suprafața unei sfere cu raza $R = 13$ cm se iau punctele A, B, C astfel încât $AB = 6$ cm, $BC = 8$ cm, $AC = 10$ cm. Determinați:

- Distanța de la centrul sferei la planul (ABC);
- Volumul piramidei cu baza triunghiul ABC și cu vârful V situat pe sferă în punctul cel mai îndepărtat de planul (ABC).

a) $\triangle ABC$, dacă
 $AC^2 = AB^2 + BC^2$ at $\triangle$ este dr
 în $\hat{B}$
 $10^2 = 6^2 + 8^2$
 $100 = 36 + 64$
 $100 = 100$ A
 $\triangle ABC$ dr în $\hat{B}$
 ($\Rightarrow$ centrul cercului
 circumscris $\triangle$ se
 află la mijl ip.)



fie E mijl lui AC $\Rightarrow AE = EC = 5$ (cm)
 $OE \perp (ABC) \Rightarrow \triangle OEC$ dr în E $\overset{\text{I.P.}}{\Rightarrow} OE^2 = OC^2 - EC^2$
 $OA = OB = OC$
 $OE = 12$ (cm)

d($O, (ABC)$) = $OE = 12$ (cm)
 b) $VA = VB = VC \Rightarrow VE \perp (ABC)$
 dar $OE \perp (ABC)$ } $\Rightarrow V-O-E$ coliniare

$$\Rightarrow VE = VO + OE = 13 + 12 = 25 \text{ cm.}$$

$$V = \frac{Ab \cdot h}{3}; \quad V = \frac{A_{\triangle ABC} \cdot VE}{3}$$

$$A_{\triangle ABC} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$V = \frac{24 \cdot 25}{3} = 200 \text{ (cm}^3\text{)}$$