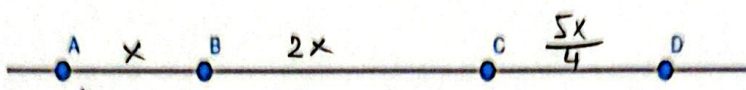
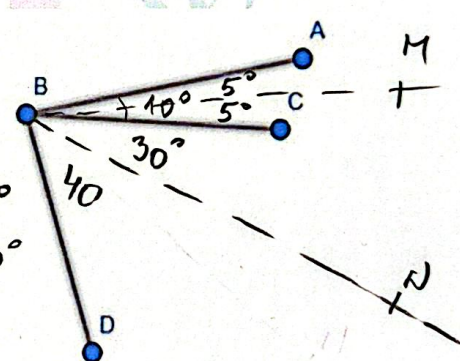
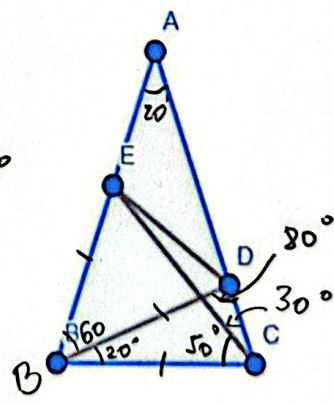


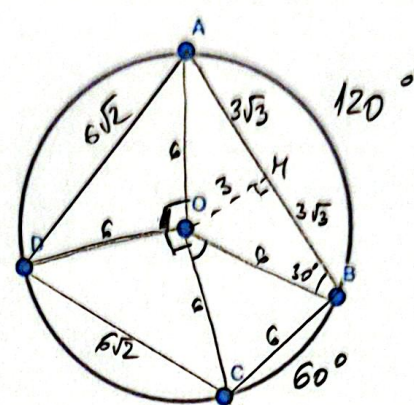
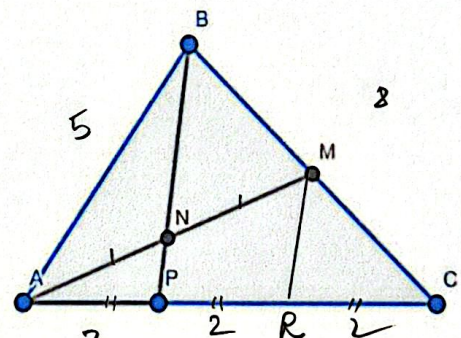
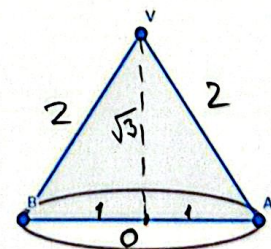
Testul numărul 8

Subiectul I (30 puncte)

5p	1. Rezultatul calculului $(8\sqrt{12} - 4\sqrt{300} - \sqrt{108}) : 2 \cdot \sqrt{3}$ este: a) -41; b) -40; c) -45; d) -50. $(8 \cdot 2\sqrt{3} - 4 \cdot 10\sqrt{3} - 6\sqrt{3}) : 2 \cdot \sqrt{3} =$ $(16\sqrt{3} - 40\sqrt{3} - 6\sqrt{3}) : 2 \cdot \sqrt{3} =$ $(-30\sqrt{3}) : 2 \cdot \sqrt{3} = -15\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} =$ $= -45$
5p	2. Dacă $\frac{5x-11y}{20x+4y} = 0,1(6)$, atunci numărul $\frac{x}{y}$ este egal cu: a) 5; b) 7; c) 0,(3); d) 0,1(2). $\frac{5x-11y}{20x+4y} = \frac{15}{90} = \frac{1}{6} \Rightarrow 30x - 66y = 20x + 4y$ $10x = 70y \Rightarrow \frac{x}{y} = 7$
5p	3. Numărul a reprezintă 25% din numărul b. Numărul b reprezintă din suma $a+b$: a) 40%; b) 80%; c) 60%; d) 90%. $a = \frac{25}{100} \cdot b \Rightarrow a = \frac{b}{4}$ $\frac{b}{4} + b = \frac{5b}{4}$ $b = \frac{P}{100} \cdot (a+b) \Rightarrow \frac{b}{100} \cdot \frac{5b}{4} = \frac{P}{100} \cdot \frac{5b}{4} \Rightarrow 400 = 5P$ $P = 80$
5p	4. Media geometrică a două numere naturale este $\sqrt{7}$. Suma celor două numere este: a) 7; b) 8; c) 9; d) 6. $\sqrt{7} = \sqrt{1 \cdot 7}$ (ave prenu) $\Rightarrow S = 1 + 7 = 8$
5p	5. Dacă suma numerelor naturale din intervalul $(-4;n)$ este 120, atunci valoarea numărului natural n este egală cu: a) 16; b) 15; c) 14; d) 10. $1+2+3+\dots+x = 120$ $\frac{x(x+1)}{2} = 120 \Rightarrow x(x+1) = 240$ $x = 15$ dar intervalul este deschis.
5p	6. Ana afirmă că: Suma numerelor întregi pentru care $x+1 \leq 1$ este -3. Afirmatia Anei este: a) Adevărată; b) Falsă. $-1 \leq x+1 \leq 1 \quad -1$ $-2 \leq x \leq 0 \quad -2 + (-1) + 0 = -3$

Subiectul II (30 puncte)

5p	1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele distincte A, B, C și D în această ordine. Dacă $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$ și $\frac{BC}{CD} = \frac{8}{5}$, atunci valoarea raportului $\frac{AB}{BD}$ este egal cu: a) $\frac{4}{13}$; b) $\frac{1}{13}$; c) $\frac{4}{17}$; d) $\frac{1}{7}$.  $BD = 2x + \frac{5x}{4} = \frac{13x}{4}$ $\frac{AB}{BD} = \frac{x}{\frac{13x}{4}} = \frac{4}{13}$
5p	2. În figura alăturată unghiurile ABC și ABD sunt complementare neadiacente. Dacă $\angle ABC = 10^\circ$ atunci măsura unghiului format de bisectoarele celor două unghiuri are măsura egală cu: a) 55°; b) 15°; c) 25°; d) 35°.  $\angle ABC = 10^\circ \Rightarrow \angle MBC = 5^\circ$ $\angle ABD = 80^\circ \Rightarrow \angle CBD = 40^\circ$ $\Rightarrow \angle CBN = 20^\circ$ $\angle MBN = 5^\circ + 20^\circ = 25^\circ$
5p	3. În figura alăturată este reprezentat un triunghi isoscel ABC, dacă $\angle CAB = 20^\circ$, $AB=AC$, $D \in AC$, $E \in AB$, astfel încât $\angle DBC = 20^\circ$, $\angle ECB = 50^\circ$ atunci valoarea raportului $\frac{2BD+4BE}{3DE}$ este egal cu: a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{2}{3}$; c) $\frac{3}{4}$; d) $\frac{5}{2}$. $\triangle ABC$ isoscel cu $\angle A = 20^\circ \Rightarrow \angle B = \angle C = 80^\circ$ $\triangle EBC$, $\angle B = 80^\circ$, $\angle ECB = 50^\circ \Rightarrow \angle E = 50^\circ$ $\triangle BDC$, $\angle C = 80^\circ$, $\angle DBC = 20^\circ \Rightarrow \angle BDC = 80^\circ$ $\Rightarrow BE = EC$, $BD = DC$ $\Rightarrow BE = BD$ $\angle EBD = 60^\circ \Rightarrow \triangle EBD$ isoscel $\Rightarrow ED = BE = BD$ 

5p	4. Fie cercul $C(O, 6)$ și punctele A, B, C și D sunt pe cerc, cu măsura arcelor $\widehat{AB} = 120^\circ$, $\widehat{BC} = 60^\circ$, $\widehat{CD} = 90^\circ$. Perimetrul patrulaterului ABCD este egal cu: a) $6(2 + 2\sqrt{2})$ cm; b) $6(\sqrt{3} + 2\sqrt{2})$ cm; c) $(18 + 2\sqrt{3})$ cm; d) $6(1 + 2\sqrt{2} + \sqrt{3})$ cm. $360^\circ - 120^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 90^\circ = \widehat{AD}$ 
5p	5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu latura AB = 5 cm și BC = 8 cm. AM mediană, ME ⊥ BC, iar N este mijlocul lui AM. Dacă $BN \cap AC = \{P\}$ și AP = 2 cm, perimetrul triunghiului ABC este egal cu: a) 19 cm; b) 18 cm; c) 20 cm; d) 24 cm. <i>fil $MR \parallel NP$ N - mijl lui AM } $\Rightarrow$ $\Rightarrow P$ - mijl lui AR $\Rightarrow PR = R$ (cm)</i> <i>$\triangle CBP$, M - mijl lui BC $MR \parallel BP$ } $\Rightarrow R$ - mijl lui $PC \Rightarrow RC = 2$ (cm)</i> $P_{\triangle ABC} = 19$ (cm) 
5p	6. În figura alăturată este reprezentat un con circular drept, cu secțiunea axială triunghi echilateral, cu înălțimea $VO = \sqrt{3}$ cm. Volumul conului este: a) π cm³; b) $\frac{\pi}{3}$ cm³; c) $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$ cm³; d) $\frac{\pi}{2}$ cm³. $\sqrt{3} = \frac{l\sqrt{3}}{2} \Rightarrow l = 2$ $V = \frac{\pi R^2 \cdot h}{3}$ $V = \frac{\pi \cdot 1 \cdot \sqrt{3}}{3}$ 

Sp 1. Numerele naturale cuprinse între 200 și 700 se împart pe rând la 5, 6 și 7 și se obține de fiecare dată același rest egal cu 3.

a) Este posibil ca numărul să fie 218? Justifică.

b) Află numerele naturale cu proprietatea de mai sus.

a) nu este dacă nu poate fi 218

$$218 : 5 = 43 \text{ rest } 3 \quad \checkmark$$

$$218 : 6 = 36 \text{ rest } 2$$

$2 \neq 3 \Rightarrow 218$ nu poate fi un astfel de nr.

b) Fie n nr cautat

$$n : 5 = c_1 \text{ rest } 3 \Rightarrow n = 5c_1 + 3 \quad | -3 \Rightarrow$$

$$n : 6 = c_2 \text{ rest } 3 \Rightarrow n = 6c_2 + 3 \quad | -3$$

$$n : 7 = c_3 \text{ rest } 3 \Rightarrow n = 7c_3 + 3 \quad | -3$$

$$\left. \begin{array}{l} n-3 = 5c_1 \\ n-3 = 6c_2 \\ n-3 = 7c_3 \end{array} \right\} \Rightarrow n-3 \in \mathcal{M}[5,6,7] = \mathcal{M}_{10} = \{0, 210, 420, 630, \dots\} \quad | +3$$

$$n \in \{3, 213, 423, 633, \dots\} \quad | \Rightarrow$$

$$200 < n < 700$$

$$S = \{213, 423, 633\}$$

5p

2. Fie $E(x) = \left(\frac{2x+1}{2x+4} + \frac{x}{6-3x} - \frac{2x^2}{3x^2-12} \right) : \frac{13x+6}{(x-3)(12-6x)}$, unde

$x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -2, -\frac{6}{13}, 2, 3 \right\}$.

a) Aduceți expresia la forma cea mai simplă.

b) Determinați $x \in \mathbb{Z}$ pentru care $E(x) = -2x$.

$$a) E(x) = \left[\frac{2x+1}{2(x+2)} - \frac{\frac{2(x+1)}{x}}{3(x-2)} - \frac{\frac{2x^2}{2x^2}}{3(x-2)(x+2)} \right] \cdot \frac{6(x-3)(2-x)}{13x+6} - \frac{1}{13x+6}$$

$$E(x) = \frac{\cancel{6x^2} + 3x - 12x - 6 - \cancel{2x^2} - 4x - \cancel{4x^2}}{\cancel{6}(x+2)(x-2)} \cdot \frac{6(x-3)(2-x)}{13x+6}$$

$$E(x) = \frac{-13x-6}{x+2} \cdot \frac{-(x-3)}{13x+6}$$

$$E(x) = \frac{13x+6}{x+2} \cdot \frac{x-3}{13x+6}$$

$$E(x) = \frac{x-3}{x+2}$$

$$b) \frac{x-3}{x+2} = -\frac{2x}{1} \Leftrightarrow x-3 = -2x^2-4x$$

$$2x^2+5x-3=0$$

$$\Delta = 25+24$$

$$\Delta = 49$$

$$x_{1/2} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \begin{cases} x_1 = \frac{-5-7}{4} = -3 \\ x_2 = \frac{-5+7}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow S = \{-3\}$$

5p

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 4$.

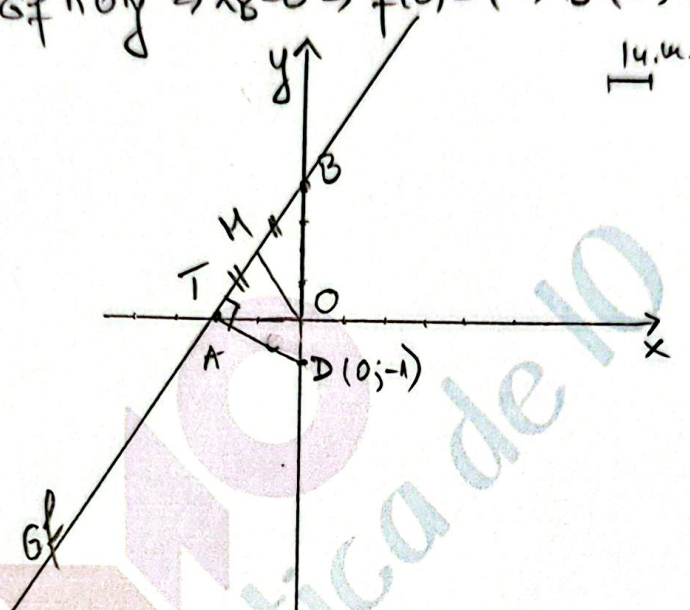
a) Găsiți distanța de la $D(0; -1)$ la G_f .

b) Să se calculeze lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei triunghiului cuprins între axe și G_f .

$$a) \{A\} = G_f \cap Ox \Rightarrow y_A = 0 \Rightarrow 2x_A + 4 = 0 \Rightarrow x_A = -2$$

$$A(-2; 0)$$

$$\{B\} = G_f \cap Oy \Rightarrow x_B = 0 \Rightarrow f(0) = 4 \Rightarrow B(0; 4)$$



$$\text{pe } DT \perp AB \Rightarrow \Delta DAB = \frac{AB \cdot DT}{2} = \frac{AD \cdot DB}{2}$$

$$AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5} (u)$$

$$DB = OB + OD = 4 + 1 = 5 (u)$$

$$AD = |x_A| = 2 (u)$$

$$2\sqrt{5} \cdot DT = 2 \cdot 5 \Rightarrow DT = \sqrt{5} (u)$$

verific de $T=A$

$$DA = \sqrt{(0+2)^2 + (-1+0)^2}$$

$$DA = \sqrt{5} (u). \text{ "A"}$$

b) ΔAOB de în $\hat{O}$
pe OH mediană

$$\xrightarrow{\text{imed}} OH = \frac{AB}{2}$$

$$OH = \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5} (u)$$

Sp

4. În figura alăturată este reprezentat un triunghi ABC cu măsura unghiului $\angle BAC = 90^\circ$, măsura unghiului $\angle ACB = 30^\circ$. Distanța de la centrul de greutate G al triunghiului la centrul cercului circumscris este 4 cm. Prin G ducem $DE \parallel AB$, $D \in BC$, $E \in AC$.

a) Arată că $AB = 12$ cm;

b) Află aria patrulaterului $ABDE$.

a) $\triangle ABC$ drept în $\hat{A} \Rightarrow$

BC diametru $\Rightarrow$

O - mijl lui BC.

$\Rightarrow GO = 4$ (cm)

AO = med în $\triangle ABC$

$GO = \frac{1}{3} \cdot AO \Rightarrow$

$4 = \frac{1}{3} \cdot AO \Rightarrow AO = 12$ (cm)

$\angle ACB = 30^\circ \Rightarrow \angle ABC = 60^\circ$

$\Rightarrow \triangle ABO$ echil $\Rightarrow AB = 12$

b) $ED \parallel AB$ } $\Rightarrow \angle ABO = \angle GDO = 60^\circ$ ($\angle$ corespondente)

$G \in ED$

dar $\angle BOD = 60^\circ \Rightarrow \triangle BOD$ echilateral $\Rightarrow DO = 4$ (cm)

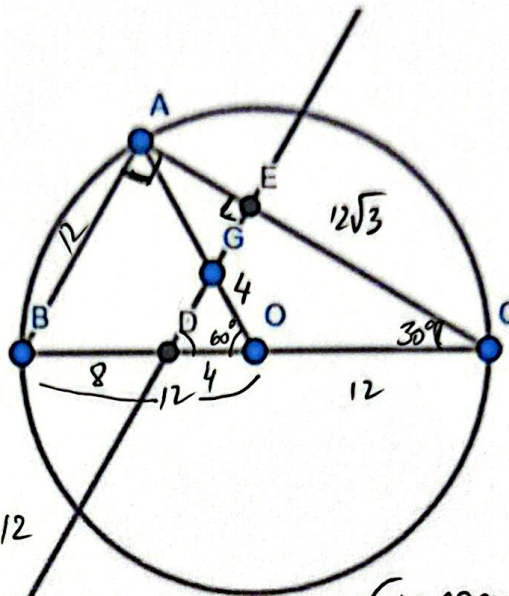
$ED \parallel AB$ } $\Rightarrow DE \perp AC \Rightarrow \square ABDE$ trapez dreptunghic

$AB \perp AC$

$\triangle CED \sim \triangle CAB$ (U.U.) $\Rightarrow \frac{CE}{CA} = \frac{CD}{CB} = \frac{ED}{AB}$

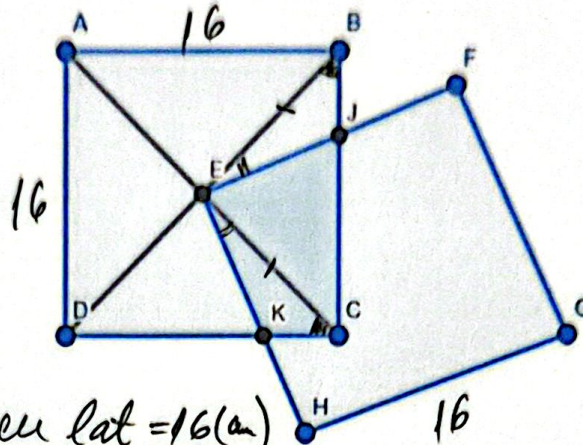
$\frac{CE}{12\sqrt{3}} = \frac{16}{24} = \frac{ED}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow CE = \frac{24\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3} \Rightarrow AE = 4\sqrt{3}$ (cm)

$ED = \frac{24}{3} = 8$ (cm) $\Rightarrow A_{ABDE} = \frac{(8+12) \cdot 4\sqrt{3}}{2}$
 $= \frac{20 \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 40\sqrt{3}$ (cm²)



Sp 5. În figura alăturată sunt reprezentate două pătrate cu laturile egale cu 16 cm.

- a) Arătați că $\triangle EKC \equiv \triangle EJB$.
b) Să se calculeze aria patrulaterului EJK.



a) $ABCD$ pătrat cu lat = 16 (cm)
 $\Rightarrow EA = EB = EC = ED = 8\sqrt{2}$ (cm)
 $\angle EBK = 45^\circ$ ($\angle$ format de diag cu o lat a pătratului)
 $\angle ECK = 45^\circ$
 $\angle BEC = 90^\circ$ dar $\angle BEC = \angle BEJ + \angle JEC$
 $\angle FEH = 90^\circ$ dar $\angle FEH = \angle JEC + \angle CEK$ } $\Rightarrow$
 $\angle BEJ \equiv \angle CEK$ (au ar complementar)
 Comparăm $\triangle BEJ$ și $\triangle CEK$ $\left\{ \begin{array}{l} BE = CE \\ \angle EBK = \angle ECK \\ \angle BEJ = \angle CEK \end{array} \right. \xrightarrow{ULU} \triangle BEJ \equiv \triangle CEK$
 b) $A_{\triangle BEJ} = A_{\triangle CEK} \Rightarrow A_{EJKC} = A_{\triangle JEC} + A_{\triangle CEK}$
 $= A_{\triangle JEC} + A_{\triangle BEJ} = A_{\triangle BEC}$.
 $A_{\triangle BEC} = \frac{1}{4} \cdot A_{ABCD}$
 $= \frac{1}{4} \cdot 256 = 64 \text{ (cm}^2\text{)}$

Sp

6. În figura alăturată este reprezentat cubul ABCDA'B'C'D' cu diagonala egală cu $2\sqrt{3}$ cm.

- a) Calculați aria totală a cubului și volumul acestuia;
b) Determinați cosinusul unghiului plan corespunzător diedrului determinat de planele (A'BD) și (C'BD)

a) cub, diag = $2\sqrt{3} \Rightarrow$
 $l\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \Rightarrow l = 2 \text{ (cm)}$

$A_t = 6 \cdot l^2$
 $= 6 \cdot 4 = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$

$V = l^3 \Rightarrow V = 8 \text{ (cm}^3\text{)}$

b) $(A'BD) \cap (C'BD) = BD$.

$\Delta A'BD$ } echilaterale
 $\Delta C'BD$ }

sunt O-unghiuri lui BD.

$\Rightarrow A'O \perp BD$; $C'O \perp BD \Rightarrow \angle((A'BD), (C'BD)) = \angle A'OC'$

Stabilim not $\Delta A'OC'$

$OA' = 1$ în Δ echil cu lat $2\sqrt{2}$

$\Rightarrow OA' = \frac{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2} = \sqrt{6}$; $OC' = \sqrt{6}$

$A'C' = 2\sqrt{2}$ (diag în pătrat). Observare că $2\sqrt{2} > \sqrt{6} \quad |C|^2$

$\Rightarrow \angle A'OC' > 90^\circ \Rightarrow \angle((A'BD), (C'BD)) = \text{suplementul lui } \angle A'OC' \text{ (ROA')}$

Prelungesc OC' a.f. $AR \perp OC' \Rightarrow$

$\Delta A'RO$ dre în $\hat{R}$

$\text{ct } \Delta A'OC' = \frac{AO' \cdot A'C'}{2} = \frac{AR \cdot OC'}{2} \Rightarrow 2 \cdot 2\sqrt{2} = AR \cdot \sqrt{6}$

$AR = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{4\sqrt{2}}{6} = \frac{4 \cdot 2\sqrt{3}}{6 \cdot 3} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ (cm)}$

$\Delta A'RO$, T.P.T $\Rightarrow \sqrt{6}^2 = \frac{16 \cdot 3}{9} + RO^2 \Rightarrow 6 - \frac{16 \cdot 3}{9} = RO^2$

$RO^2 = \frac{54 - 48}{9} \Rightarrow RO^2 = \frac{6}{9} \Rightarrow RO = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \cos \angle A'OR = \frac{RO}{AO} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{3}}{\sqrt{6}} = \frac{1}{3}$

