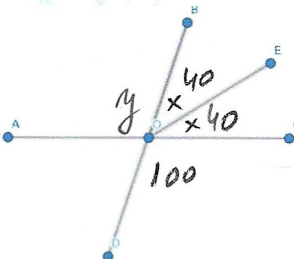
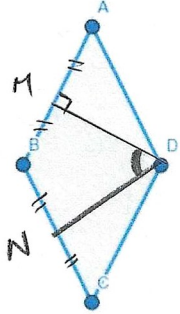


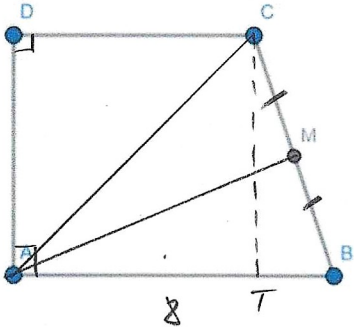
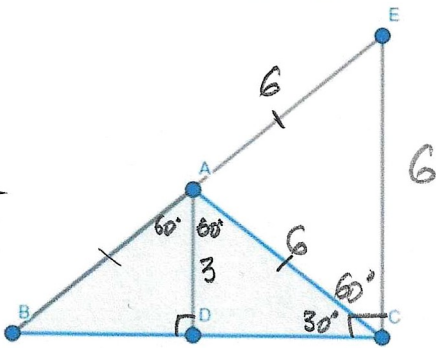
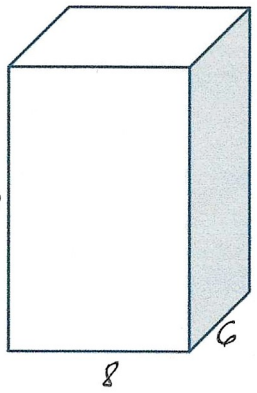
Testul numărul 7

Subiectul I (30 puncte)

5p	1. Sfertul jumătății numărului 2^{2026} este: a) 2^{1011}; b) 2^{2023}; c) 2^{510}; d) $0,25^{2026}$. $\text{sfert} = \frac{1}{4}$ $\text{jumătate} = \frac{1}{2}$ $2^{2026} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = 2^{2026} : 2 : 2^2 = 2^{2023}$																
5p	2. Dacă $0,1(\overline{x}) = \frac{2}{15}$ atunci cifra x este divizibilă cu: a) 5; b) 4; c) 3; d) 2. $x=3$ $\begin{array}{r} 2 \overline{) 15} \\ 0 \overline{) 0,1(3)} \\ \underline{20} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 0 \end{array}$																
5p	3. Media geometrică a două numere consecutive este $3\sqrt{10}$. Suma celor două numere este: a) 15; b) 19; c) 24; d) 23. $M_g = \sqrt{x(x+1)} = \sqrt{90} \Rightarrow x(x+1) = 90$ $x=9; x+1=10.$																
5p	4. Dacă $\frac{a+4b}{a+3b} = \frac{8}{7}$, atunci $\frac{b}{a}$ este egală cu: a) 25%; b) 30%; c) 40%; d) 60%. $4a+28b=8a+24b$ $a=4b \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100}$																
5p	5. La testul inițial, elevii unei clase au obținut notele înregistrate în tabelul de mai jos: <table><tr><td>Nota</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr><tr><td>Nr. elevi</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td><td>6</td><td>5</td><td>2</td></tr></table> Media clasei este: a) 7,4; b) 7,5; c) 6,92; d) 7. $M = \frac{4 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 7 \cdot 5 + 8 \cdot 6 + 9 \cdot 5 + 10 \cdot 2}{24}$ $M = \frac{180}{24} = 7,5$	Nota	4	5	6	7	8	9	10	Nr. elevi	1	2	3	5	6	5	2
Nota	4	5	6	7	8	9	10										
Nr. elevi	1	2	3	5	6	5	2										
5p	6. Se consideră numerele reale $a = \sqrt{45} + \sqrt{125} - \sqrt{80}$ și $b = \sqrt{20} - \sqrt{80} + \sqrt{180}$. Călin afirmă: Numerele a și b sunt egale. Afirmatia lui Călin este: a) Adevărată;																

Subiectul II (30 puncte)

5p	1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele distincte și coliniare A, B, C și D în această ordine. Dacă $4AB + 5AD = 9AC$ și $BC = 5$ cm, atunci lungimea segmentului CD este egală cu:  a) 14 cm; ☒ b) 4 cm; c) 8 cm; d) 12 cm. $4x + 5 \cdot (x + 5 + y) = 9(x + 5)$ $4x + 5x + 25 + 5y = 9x + 45$ $9x + 25 + 5y = 9x + 45$ $5y = 20 \Rightarrow y = 4$
5p	2. Unghiurile AOB și BOC sunt suplementare, astfel încât $4\angle AOB = 5\angle BOC$. Dacă bisectoarea unghiului BOC este OE și OD este semidreapta opusă lui OB, atunci unghiul DOE are măsura egală cu:  a) 120°; ☒ b) 140°; c) 80°; d) 100°. $4y = 5 \cdot 2x$ $2y = 5x$ $y + 2x = 180^\circ \quad \cdot 2$ $5x + 4x = 360^\circ$ $9x = 360^\circ$ $x = 40^\circ$ $\angle DOE = 140^\circ$
5p	3. În figura alăturată este reprezentat un romb ABCD, M piciorul perpendicularei din D pe AB este mijlocul laturii AB. Dacă N este mijlocul lui BC, atunci măsura unghiului MDN este egală cu:  a) 60°; ☒ b) 30°; c) 45°; d) 75°; DM - h și med $\Rightarrow$ $\triangle ADB$ is cu DM în $\triangle D$ dar $\triangle ADB$ is și cu DM în $\triangle A$ $\Rightarrow \triangle ABD$ equil. $\Rightarrow \angle ADB = 60^\circ \Rightarrow \angle MDB = 30^\circ$ $\Rightarrow \angle BDN = 30^\circ$ $\Rightarrow \angle MDN = 60^\circ$

5p	4. În figura alăturată este reprezentat un trapez dreptunghic ABCD, $M \in BC$, $MB=MC$. Dacă $AB=8$ cm și $AD=6$ cm, atunci aria triunghiului ACM este egală cu: a) 16 cm^2; b) 12 cm^2; c) 18 cm^2; d) 24 cm^2. $A_{\Delta ACB} = \frac{CT \cdot AB}{2}$ $= \frac{6 \cdot 8}{2} = 24 (\text{cm}^2)$ AM med în ΔABC $\Rightarrow A_{\Delta ACM} = \frac{1}{2} \cdot A_{\Delta ABC} = 12 (\text{cm}^2)$ 
5p	5. În figura alăturată este reprezentat un triunghi obtuzunghic isoscel ABC, $AB=AC$, $\angle BAC = 120^\circ$, $AD \perp BC$, $D \in BC$. Perpendiculara în C pe latura BC intersectează dreapta BA în punctul E. Dacă $AD = 3$ cm, perimetrul triunghiului ACE este egal cu: a) 24 cm; b) 18 cm; c) 27 cm; d) 12 cm. $AC = 6$ $AD \parallel EC$ (ambele $\perp BC$) D-mijl lui BC $\Rightarrow$ A-mijl lui BE $\Rightarrow AE = 6 (\text{cm})$ ΔACE is $\angle C = 60^\circ \Rightarrow \Delta$ echil $P_{\Delta ACE} = 3 \cdot 6 = 18 (\text{cm})$ 
5p	6. În figura alăturată este reprezentat un paralelipiped dreptunghic cu înălțimea de 10 cm, laturile bazei de 6 cm și de 8 cm. Aria totală a paralelipipedului este egală cu: a) 37 cm^2; b) 74 cm^2; c) 280 cm^2; d) 376 cm^2. $A_t = A_l + 2A_b = 280 + 2 \cdot 48 = 376$ $A_l = P_b \cdot h$ $A_l = (2 \cdot 8 + 2 \cdot 6) \cdot 10 = 28 \cdot 10 = 280$ $A_b = 8 \cdot 6 = 48$ 

Subiectul III (30 puncte)

5p

1. Numărul natural $\overline{ab}$, a și b cifre în sistemul zecimal, este cu 66 mai mare decât produsul cifrelor sale.

a) Este posibil ca $\overline{ab}$ să fie egal cu 67? Justificați răspunsul.

b) Determină valorile numărului natural $\overline{ab}$.

a) fie $\overline{ab} = 67 \Rightarrow a = 6$ și $b = 7$

verificare $67 = 66 + 6 \cdot 7$

$67 = 66 + 42$

$67 = 108 - 41 \Rightarrow$

$\overline{ab}$ nu poate fi 67.

b) $\overline{ab} = 10a + b$

$10a + b = 66 + a \cdot b$

$10a + b - a \cdot b = 66$

fie $a = 9 \Rightarrow 90 + b - 9b = 66 \Rightarrow 93$

$90 - 8b = 66$

$8b = 24 \Rightarrow b = 3$

fie $a = 8 \Rightarrow 80 + b - 8b = 66$

$7b = 14 \Rightarrow 82$

$b = 2$

fie $a = 7 \Rightarrow 70 + b - 7b = 66$

$-6b = -4$ nu are soluție

R: 93, 82.

5p

2. Se consideră expresia:

$$E(x) = \left[\frac{2x}{x^2-2x} - \frac{4x+12}{(x+3)(x+2)(x-2)} + \frac{x^2}{x^2+2x} \right] \left(x - \frac{4}{x} \right), x \in \mathbb{R} / \{-3; -2; 0; 2\}.$$

a) Aduceți expresia la forma cea mai simplă.

b) Arătați că $S = E(1) + E(3) + \dots + E(2025)$ este pătrat perfect.

$$a) E(x) = \left[\frac{\cancel{2x}}{\cancel{x}(x-2)} - \frac{4(\cancel{x+3})}{(\cancel{x+3})(x+2)(x-2)} + \frac{x^2}{x(x+2)} \right] \cdot \frac{x^2-4}{x}$$

$$E(x) = \left[\frac{\cancel{x+2}}{(x-2)} - \frac{4}{(x+2)(x-2)} + \frac{x-2}{x+2} \right] \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{x}$$

$$E(x) = \frac{2x+4-4+x^2-2x}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{x}$$

$$E(x) = \frac{x^2}{x} = x$$

$$b) E(1) + E(3) + \dots + E(2025) =$$

$$S = 1 + 3 + 5 + \dots + 2025$$

$$S = 2025 + 2023 + \dots + 1$$

$$2S = \underbrace{2026 + 2026 + \dots + 2026}_{(2025-1):2+1} \quad (+)$$

$$2S = 2026 \cdot 1013 \quad / : 2$$

$$S = 1013^2$$

pp. "A"

5p

3. Se consideră funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 6$ și $g(x) = -\frac{1}{3}x + 2$.

a) Arătați că reprezentările celor două funcții, în același sistem de coordonate, sunt două drepte perpendiculare.

b) Calculați valoarea produsului $P = f(-1)f(0)f(1)\dots f(2026)$.

a) $\{A\} = Gf \cap Ox \Rightarrow A(x_A, 0) \Rightarrow f(x_A) = 0 \Rightarrow 3x_A - 6 = 0 \Rightarrow x_A = 2 \Rightarrow A(2; 0)$

$\{B\} = Gf \cap Oy \Rightarrow B(0; y_B) \Rightarrow f(0) = -6 \Rightarrow B(0; -6)$

$\{C\} = Gg \cap Ox \Rightarrow C(x_C, 0) \Rightarrow g(x_C) = 0 \Rightarrow -\frac{x_C}{3} + 2 = 0 \Rightarrow -\frac{x_C}{3} = -2 \Rightarrow x_C = 6 \Rightarrow C(6; 0)$

$\{D\} = Gg \cap Oy \Rightarrow D(0; y_D) \Rightarrow g(0) = 2 \Rightarrow D(0; 2)$

$\{M\} = Gg \cap Gf$

$3x - 6 = -\frac{x}{3} + 2$

$\frac{3x + x}{3} = 8$

$\frac{4x}{3} = 8 \Rightarrow x = 2,4 = \frac{24}{10} = \frac{12}{5}$

$f(2,4) = 4,2 - 6 = -1,8 = -\frac{18}{10} = -\frac{9}{5}$

$MA = \sqrt{(2,4 - 2)^2 + 1,2^2} = \sqrt{0,16 + 1,44}$

$MA = \sqrt{0,16 + 1,44} = \sqrt{1,60} = \sqrt{\frac{16}{10}} = \frac{4\sqrt{10}}{10} = \frac{2\sqrt{10}}{5}$

$MC = \sqrt{(6 - 2,4)^2 + (1,2)^2} = \sqrt{3,6^2 + 1,44} = \sqrt{12,96 + 1,44} = \sqrt{14,4}$

$AC = 4$ (cu)

RTTH $AC^2 = AM^2 + MC^2$; $16 = 1,6 + 14,4$
 $16 = 16 \Rightarrow \Delta AMC$ dr

$\Rightarrow Gf \perp Gg$

b) $f(2) = 0 \Rightarrow P = (-9) \cdot (-6) \cdot (-3) \cdot 0 \cdot \dots \cdot 0 \neq 2$
 $= 0$

5p

4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, dreptunghic în A. Se dă $AC = 6$ cm, $\angle ABC = 30^\circ$ și D mijlocul lui BC. Știind că $BF \parallel AC$, $\{F\} = AD \cap BF$ și $ED \perp AF$, $\{E\} = AC \cap DE$:

- Arătați că perimetrul triunghiului ADE este egal cu perimetrul triunghiului ABF;
- Calculați aria patrulaterului ABFE.

a) $\triangle ABC$ dre în $\hat{A}$ } T.med.
AD med

$$AD = CD = DB$$

$$\angle ABC = 30^\circ \Rightarrow \angle BAD = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \angle CAD = 60^\circ$$

$$\angle ACD = 60^\circ \Rightarrow \triangle ACD$$

$$\Rightarrow AD = 6 \Rightarrow BC = 12 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow AB = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$ED \perp AF \Rightarrow \angle EDC = 30^\circ \Rightarrow \angle AED = 30^\circ \Rightarrow \triangle CED \text{ is dr}$$

$$\angle \hat{C} \Rightarrow CE = 6 \text{ cm} \Rightarrow AE = 12 \xrightarrow{\text{T.D.T.}} ED = 6\sqrt{3}$$

$$P_{\triangle ADE} = AD + DE + AE = 6 + 6\sqrt{3} + 12 = 6\sqrt{3} + 18 \text{ (cm)}$$

$$AC \parallel BF \Rightarrow \angle ACB = \angle CBF = 60^\circ \text{ (alt. int)} \Rightarrow \angle ABF = 90^\circ$$

$$CB \parallel AC \Rightarrow \angle CAD = \angle DFB = 60^\circ \text{ (alt. int)} \Rightarrow \triangle DFB \text{ solu}$$

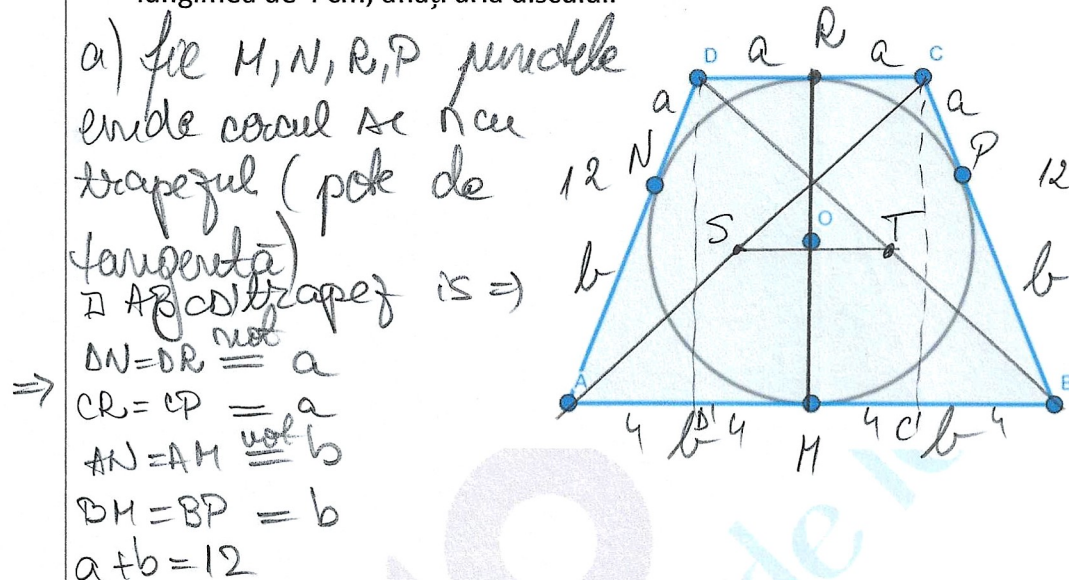
$$\Rightarrow P_{\triangle ABF} = AB + BF + AF = 6\sqrt{3} + 6 + 12 = 6\sqrt{3} + 18 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow P_{\triangle ADE} = P_{\triangle ABF}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} EA \perp AB \\ FB \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow EA \parallel FB \Rightarrow \square ABFE \text{ trapez dr}$$

$$A_{ABFE} = \frac{(BF + AE) \cdot AB}{2} = \frac{(6 + 12) \cdot 6\sqrt{3}}{2} = 18 \cdot 3\sqrt{3} = 54\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 5p 5. În figura alăturată trapezul ABCD este circumscris cercului $C(O, R)$, $AB > CD$, $AB \parallel CD$, $AD = BC = 12$ cm.
- Aflați perimetrul trapezului.
 - Dacă segmentul determinat de mijloacele diagonalelor AC și BD are lungimea de 4 cm, aflați aria discului.



Perimetrul trapezului = $AB + BC + CD + DA$

$$= 2b + a + b + 2a + a + b$$

$$= 4b + 4a = 4 \cdot 12 = 48 \text{ (cm)}$$

b) fie S mijlul lui AC $\Rightarrow ST = 4$ cm

$$ST = \frac{2b - 2a}{2} = 4 \Rightarrow b - a = 4$$

$$a + b = 12$$

$$\begin{array}{r} 2b = 16 \Rightarrow b = 8 \text{ (cm)} \\ b - a = 4 \Rightarrow a = 4 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} AB = 16 \text{ (cm)} \\ DC = 8 \text{ (cm)} \end{array}$$

$R - O - M$ coliniare
 RM - h în trapez

Fie $CO', DO' \perp AB \Rightarrow C'B = D'A = \frac{16 - 8}{2} = 4 \text{ (cm)}$

trapez is $\Rightarrow$

$\triangle C'CB$ drept în $C' \Rightarrow BC^2 = CO'^2 + C'B^2$

$$144 = CO'^2 + 16 \Rightarrow CO'^2 = 128$$

$$C'O = 8\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$C'O = RM = diam \Rightarrow R = 4\sqrt{2} \text{ (cm)}$

A disc = $\pi R^2 \Rightarrow A_{disc} = (4\sqrt{2})^2 \pi = 32\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

$$\frac{128}{64} = 2$$

- 5p 6. În trunchiul de piramida patrulateră regulată ABCD A'B'C'D', cu muchia bazei AB = 12 cm, A'B' = 4 cm și tangenta unghiului dintre o muchie laterală cu planul (ABC) egală cu 2.
- Calculați volumul piramidei din care provine trunchiul;
 - Calculați lungimea distanței de la punctul O la planul unei fețe laterale.

a)

$$\angle(B'B, (ABC)) = \angle(B'B, BO) = \angle B'BO = \angle VBO$$

$$VO \perp (ABC) \Rightarrow \rho_{(ABC)}^V = 0.$$

$$\text{tg } \angle VBO = 2 \Rightarrow \frac{VO}{OB} = 2$$

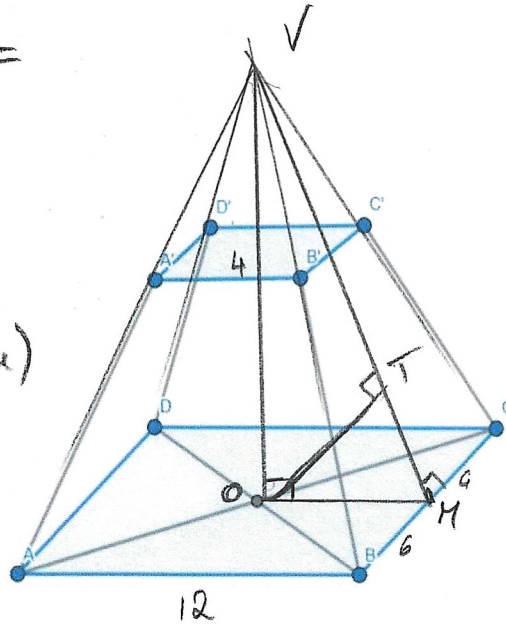
$$OB = 12\sqrt{2} \Rightarrow OB = 6\sqrt{2}$$

$$\frac{VO}{6\sqrt{2}} = 2 \Rightarrow VO = 12\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$A_{\text{piram}} = \frac{A_b \cdot h}{3}$$

$$A_{\text{piram}} = \frac{144 \cdot 12\sqrt{2}}{3}$$

$$= 576\sqrt{2} \text{ (cm}^3\text{)}$$



b) fie H mijlocul laturii BC

$$\left. \begin{array}{l} \text{fie } OT \perp VH \\ VH \perp BC \\ OH \perp BC \\ VH, BC \subset (VBC) \end{array} \right\} \Rightarrow OT \perp (VBC)$$

$$OT - \text{h în } \Delta \text{ drept } VOM \Rightarrow OT = \frac{VO \cdot OM}{VM}$$

$$OM = \frac{AB}{2} = 6 \text{ (cm)}$$

$$\Delta VOM \text{ drept în } O, VM^2 = VO^2 + OM^2; VM^2 = 144 \cdot 2 + 36$$

$$VM^2 = 288 + 36$$

$$VM = \sqrt{324} = 18 \text{ (cm)}$$

$$OT = \frac{12\sqrt{2} \cdot 6}{18} = 4\sqrt{2} \text{ (cm)}$$