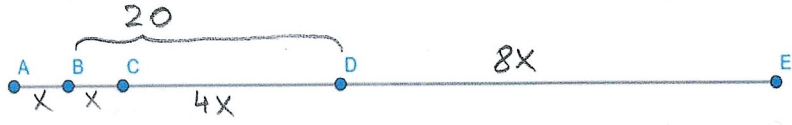
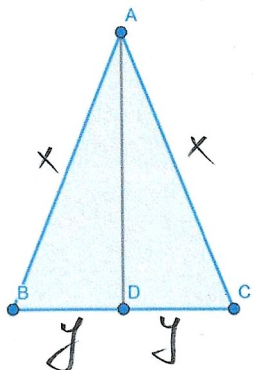


Testul numărul 6

Subiectul I (30 puncte)

5p	1. Cel mai mare divizor propriu al numărului 32120 este: ☐ a) 16060; ☐ b) 32120; ☐ c) 6424; ☐ d) 73.								
5p	2. A 2026-a zecimală a numărului $\frac{1}{7}$ este: ☐ a) 4; ☒ b) 8; ☐ c) 5; ☐ d) 7.								
5p	3. Valoarea maximă a expresiei $E(x) = \frac{x^2-2x+10}{x^2-2x+5}$, pentru $x \in \mathbb{R}$, este: ☐ a) $\frac{5}{4}$; ☐ b) $\frac{7}{4}$; ☒ c) $\frac{9}{4}$; ☐ d) 2.								
5p	4. Dacă x și y sunt numere reale astfel încât $x^2 + y^2 + 4x + 1 = 6(y - 2)$, atunci $x+y$ este egală cu: ☐ a) 13; ☐ b) -6; ☐ c) 4; ☒ d) 1.								
5p	5. Rezolvând inecuația $-\frac{x}{5} - \frac{2+x}{3} < 2$ în mulțimea numerelor reale, patru copii au obținut rezultatele înregistrate în tabelul de mai jos: <table><tr><td>Bogdan</td><td>Marcel</td><td>Rareș</td><td>Tavi</td></tr><tr><td>$x \in (-\infty, -5)$</td><td>$x \in (-\infty, 5)$</td><td>$x \in (-5, \infty)$</td><td>$x \in (5, -\infty)$</td></tr></table> Dintre cei patru copii, a rezolvat corect inecuația: ☐ a) Bogdan; ☐ b) Marcel; ☒ c) Rareș; ☐ d) Tavi.	Bogdan	Marcel	Rareș	Tavi	$x \in (-\infty, -5)$	$x \in (-\infty, 5)$	$x \in (-5, \infty)$	$x \in (5, -\infty)$
Bogdan	Marcel	Rareș	Tavi						
$x \in (-\infty, -5)$	$x \in (-\infty, 5)$	$x \in (-5, \infty)$	$x \in (5, -\infty)$						
5p	6. Prețul unui stilou este 45 lei. Andrei afirmă: Dacă prețul stiloului ar fi cu 20% mai mic, atunci cu 72 de lei pot cumpăra două stilouri de același fel. Afirmatia lui Andrei este: ☒ a) Adevărată; ☐ b) Falsă.								

Subiectul II (30 puncte)

5p	1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele distincte și coliniare A, B, C, D și E în această ordine. Dacă $AC=2BC$, $CD=2AC$, $DE=2CD$ și $BD=20$ cm, atunci lungimea segmentului AE este egală cu: a) 36 cm; b) 42 cm; c) 48 cm; d) 56 cm.  $5x = 20 \Rightarrow x = 4$ $AE = 14 \cdot 4 = 56$
5p	2. Dacă complementul unui unghi este 10% din suplementul său, atunci unghiul are măsura egală cu: a) 40°; b) 70°; c) 80°; d) 90°. $90 - x = \frac{10}{100} \cdot (180 - x)$ $(90 - x) \cdot 10 = 180 - x$ $900 - 10x = 180 - x$ $720 = 9x$ $x = 80^\circ$
5p	3. În figura alăturată este reprezentat un triunghi isoscel ABC cu baza BC cu perimetrul egal cu 72 cm. Dacă AD este bisectoare și perimetrul triunghiului ABD este 60 cm, atunci aria triunghiului ABC este egală cu: a) 120 cm^2; b) 144 cm^2; c) 180 cm^2; d) 240 cm^2; $2x + 2y = 72 \mid :2$ $x + y = 36$ $x + y + AD = 60$ $36 + AD = 60 \Rightarrow AD = 24$ $\triangle ADB$ de în B, T.P.T. $x^2 = y^2 + 24^2$ $x^2 - y^2 = 576 \Rightarrow (x - y)(x + y) = 576$ $(x - y) \cdot 36 = 576$ $x - y = 16$ $\begin{cases} x - y = 16 \\ x + y = 36 \end{cases} \xrightarrow{+} 2x = 52 \Rightarrow x = 26$ $y = 10$  $S_{\triangle ABC} = \frac{24 \cdot 20}{2} = 240 (\text{cm}^2)$

5p

4. Fie cercul $C(O, 1)$ și triunghiul ABC echilateral cu latura de $2\sqrt{2}$ cm. Se poate acoperi complet cercul cu triunghiul?

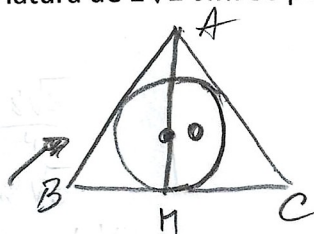
- a) Da;
b) Nu;

Ca să acopere e nevoie să fie așa

$$AM = \frac{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2} = \sqrt{6} \text{ (cm)}$$

$$OM = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{6} = \frac{\sqrt{6}}{3} \approx 0.816 < 1 \text{ (Raza cercului de acoperire)}$$

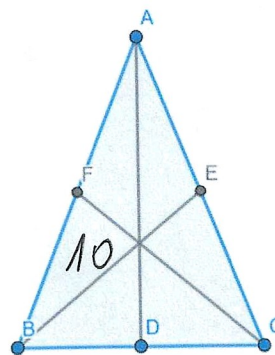
$$\sqrt{6} \approx 2.45 \approx 3 \text{ (cm)}$$



5p

5. Medianele unui triunghi împart suprafața triunghiului în 6 triunghiuri. Aria un triunghi astfel obținut are aria egală cu 10 cm^2 . Aria triunghiului inițial este egală cu:

- a) 30 cm^2 ;
b) 60 cm^2 ;
c) 90 cm^2 ;
d) 120 cm^2 .

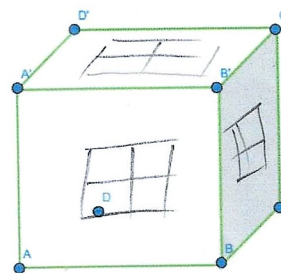


5p

6. În figura alăturată este reprezentat un cub cu latura de 4 cm și apoi se taie în 64 de cubulețe cu latura de 1 cm. Numărul cubulețelor care au exact o față vopsită este egal cu:

- a) 24;
b) 36;
c) 18;
d) 12.

$$6 \cdot 4 = 24 \text{ (cubulețe)}$$



Subiectul III (30 puncte)

5p	1. Un profesor a corectat 25 de lucrări și a obținut o medie a notelor de 6,56. Un al doilea profesor a corectat lucrările și de la zece dintre acestea a acordat cu un punct în plus, iar la celelalte aceeași notă. a) Este posibil ca suma notelor elevilor să fie la prima corectare egală cu 170? b) Care este media notelor acordate de al doilea profesor? a) <i>for</i> $x_i = \text{notele elevilor}$ $i=1, \dots, 25$. $\frac{m_1 + m_2 + \dots + m_{25}}{25} = 6,56$ <i>for</i> $m_1 + m_2 + \dots + m_{25} = 170$ (presupunem) $\frac{170}{25} \neq 6,56$ $6,8 \neq 6,56 \Rightarrow \text{nu este pos ca suma notelor} = 170$ b) $m_1 + m_2 + \dots + m_{25} = 6,56 \cdot 25$ $m_1 + m_2 + \dots + m_{25} = 164$ $\frac{164 + 10}{25} = \frac{174}{25} = 6,96$ media acordată de prof. al doilea.
----	---

5p

2. Se consideră expresiile:

$$E(x) = 2x^2 + x - 1 \text{ și } F(x) = x^2 - x - 2.$$

a) Arătați că $2x^2 + x - 1 = (2x - 1)(x + 1)$.

b) Determinați $k \in \mathbb{Z}$ astfel încât $\frac{E(k)}{F(k)} \in \mathbb{Z}$, oricare ar fi $k \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$.

$$\begin{aligned} a) \quad 2x^2 + x - 1 &= 2x^2 + 2x - x - 1 = 2x(x+1) - (x+1) \\ P &= 2 \cdot (-1) \\ S &= +1 \end{aligned} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} +2 \\ -1 \end{array} \right\} = (x+1)(2x-1) \quad \text{A}^4$$

$$b) \quad \frac{E(k)}{F(k)} = \frac{(k+1)(2k-1)}{(k+1)(k-2)} = \frac{2k-1}{k-2} \in \mathbb{Z} \quad (*)$$

$$\begin{aligned} F(x) &= x^2 - x - 2 = x^2 + x - 2x - 2 = x(x+1) - 2(x+1) \\ P &= 1 \cdot (-2) \\ S &= -1 \end{aligned} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 1 \\ -2 \end{array} \right\} = (x+1)(x-2)$$

$$\begin{array}{rcl} (*) \Leftrightarrow k-2 \mid 2k-1 & k-2 \mid 2k-1 & \\ \text{dacă } k-2 \mid k-2 \quad 1 \cdot 2 & k-2 \mid 2k-4 & \\ & \hline & k-2 \mid 3 \end{array}$$

$$k-2 \in D_3 = \{1, 3, -1, -3\} \xrightarrow{+2}$$

$$\begin{aligned} k &\in \{3, 5, 1, -1\} \Rightarrow S = \{1, 3, 5\} \\ \text{dacă } k &\in \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\} \end{aligned}$$

5p

3. Se consideră punctele $A(0;5)$ și $B(2;3)$.

a) Determinați distanța de la origine la dreapta AB.

b) Determinați numerele reale a și b , știind că reprezentarea geometrică a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$ este dreapta AB.

a) $\text{fie } OT \perp AB$

$\text{fie } BS \perp OA$

$\Rightarrow SB \parallel OX \Rightarrow$

$y_S = y_B = 3$
 $S \in (OX) \Rightarrow x_S = 0 \Rightarrow$

$S(0;3)$

$$A \Delta AOB = \frac{AO \cdot SB}{2} = \frac{AB \cdot OT}{2}$$

$$AB = \sqrt{(0-2)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} (u)$$

$$AO = y_A = 5 \quad ; \quad SB = x_B = 2$$

$$5 \cdot 2 = 2\sqrt{2} \cdot OT \Rightarrow OT = \frac{5\sqrt{2}}{2} (u)$$

b) $A(0;5) \in G_f \Rightarrow f(0) = 5$

$$a \cdot 0 + b = 5 \Rightarrow b = 5$$

$B(2;3) \in G_f \Rightarrow f(2) = 3$

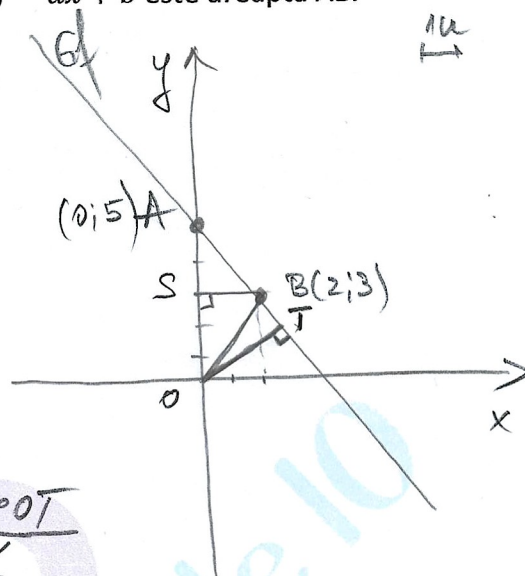
$$a \cdot 2 + b = 3 \Rightarrow 2a + 5 = 3$$

$$\text{date } b = 5 \Rightarrow 2a = -2$$

$$a = -1$$

$$\text{R: } a = -1$$

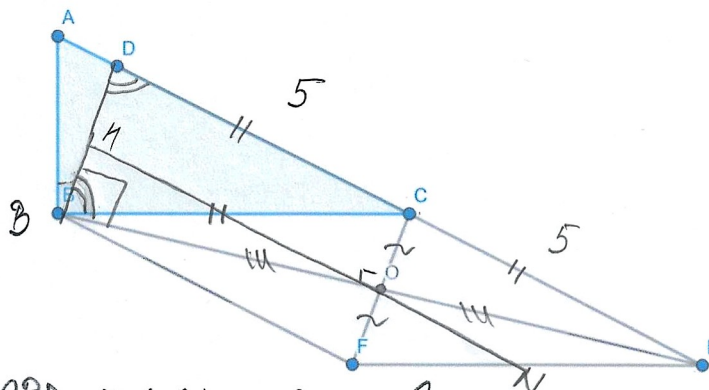
$$b = 5$$



5p

4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, dreptunghic în B. Pe dreapta AC considerăm punctele D și E, $D \in (AC)$ și $C \in (DE)$ astfel încât $DC=CE=5$ cm. Știind că $\angle BDC \equiv \angle DBC$, iar F este simetricul lui C față de BE și $CF \cap BE = \{O\}$:

- Stabiliți natura patrulaterului BCEF;
- Dacă paralela prin O la DE intersectează BD și FE în M, respectiv N, aflați lungimea segmentului MN.



a) $\angle CDB = \angle CBD \Rightarrow \triangle CDB$ isoscel $\Rightarrow CD = CB = 5$ cm
 dar C - mijl lui DE $\Rightarrow \triangle DBE$ dr în B
 $\Rightarrow DB \perp BE$
 dar F = sim_{BE} C $\Rightarrow \begin{cases} FC \perp BE \\ CO = OF \text{ ①} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} DB \parallel CF \\ \text{stare C-mijl DE} \end{cases} \Rightarrow$
 CO linie mijl în $\triangle EBD \Rightarrow O$ -mijl lui BE $\Rightarrow$ ①

$\Rightarrow \square BCEF$ paralelogram $\Rightarrow BCEF$ romb.
 dar $BC = CE = 5$ cm

b) $BF \parallel DE$ $\Rightarrow \square BDEF$ trapez.
 $BD \nparallel EF$

O-mijl lui CF $\Rightarrow \begin{cases} M\text{-mijl lui BD} \\ N\text{-mijl lui EF} \end{cases} \Rightarrow$
 $M-O-N$;
 $MN \parallel DE$

MN linie mijl în trapez $\Rightarrow MN = \frac{BD + EF}{2}$

$$MN = \frac{10 + 5}{2} = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ (cm)}$$

5p

5. În figura alăturată sunt reprezentate pătratele ABCD, BEFG știind că E este simetricul lui B față de C iar M este mijlocul segmentului DF.

- a) Arătați că DE și BF sunt paralele.
 b) Arătați că punctele E, M și G sunt coliniare.

a) $E = \text{sim}_C B$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} BC = CE \\ BC = CD \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$\triangle DCE$ dr. is $\Rightarrow$

$\angle DEC = 45^\circ$ (1)

$\triangle BEGF$ pătrat $\Rightarrow$

$\angle EBF = 45^\circ$ (2)

$\Rightarrow \angle DEB = \angle EBF = 45^\circ$

(alt. int) cu BE secantă

$\Rightarrow DE \parallel BF$

b) fie $\{O\} = BF \cap EG$

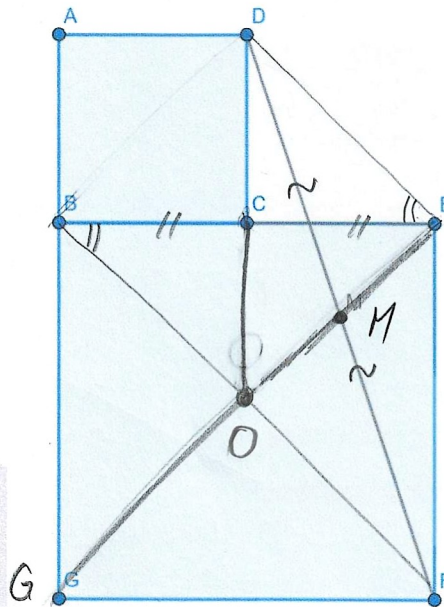
$\Rightarrow DE \parallel OF$ (3)

$\left. \begin{array}{l} DC \perp BE \\ OC \perp BE \end{array} \right\} \Rightarrow D-C-O \text{ coliniare}$

dar $EF \perp BE \Rightarrow DO \parallel EF$ (4)

$\left. \begin{array}{l} (3) \Rightarrow \triangle DOFE \text{ paral} \\ \text{știind } M - \text{mijl. lui } DF \end{array} \right\} \Rightarrow DF \cap EO = M$

$\Rightarrow E-M-O \text{ coliniare}$
 dar și $E-O-G \text{ coliniare} \Rightarrow E-M-G \text{ coliniare}$



5p

6. În piramida triunghiulară regulată VABC, cu muchia bazei egală cu 12 cm și muchia laterală egală cu 8 cm.

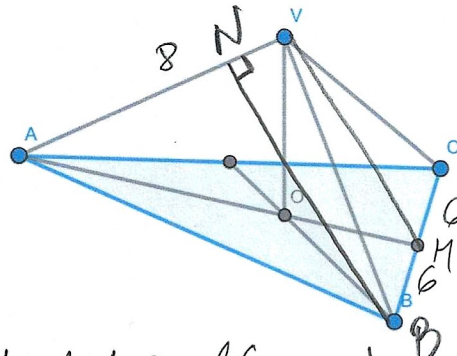
- a) Calculați lungimea distanței dintre VA și BC;
b) Calculați lungimea distanței de la punctul A la planul (VBC).

a) fie M - mijl lui BC

$$\left. \begin{array}{l} BC \perp AM \\ BC \perp VM \\ AM \cap VM = M \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BC \perp (VAM) \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{fie } BN \perp AV \\ BM \perp (AVM) \\ BH \perp MN \\ MN, AV \subset (AVM) \end{array} \right\} \Rightarrow MN \perp AV \Rightarrow d(M, AV) = MN$$



$$A_{\Delta VAM} = \frac{VO \cdot AM}{2} = \frac{MN \cdot AV}{2}$$

$$AM - \text{li în } \Delta \text{ echil} \Rightarrow AM = 6\sqrt{3} \text{ (cm)} \Rightarrow AO = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$OM = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\Delta VOA \text{ drept în } O \Rightarrow VO^2 = 64 - 48$$

$$VO = \sqrt{16} = 4 \text{ (cm)}$$

$$4 \cdot 6\sqrt{3} = MN \cdot 8 \Rightarrow MN = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

b) fie $AS \perp VM$

$$VM \perp BC$$

$$AM \perp BC$$

$$BC, VM \subset (VBC)$$

$$\Rightarrow AS \perp (VBC)$$

$$A_{ABC} = \frac{144\sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3}$$

$$VM = 2\sqrt{7} \text{ (cm)}; A_{VBC} = \frac{2\sqrt{7} \cdot 12}{2}$$

$$V_{VABC} = V_{AVBC}$$

$$\frac{VO \cdot A_{ABC}}{3} = \frac{AS \cdot A_{VBC}}{3} \Rightarrow 4 \cdot 36\sqrt{3} = AS \cdot 12\sqrt{7}$$

$$AS = \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{12\sqrt{21}}{7} \text{ (cm)}$$