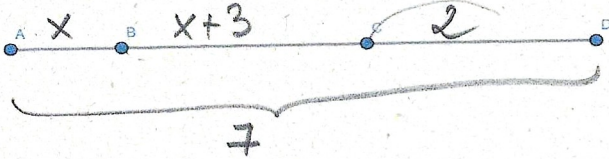
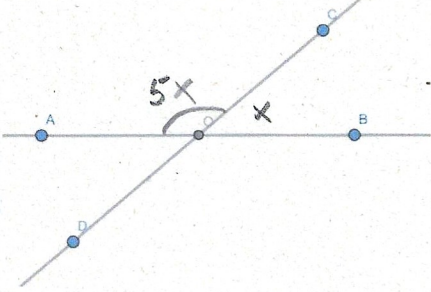
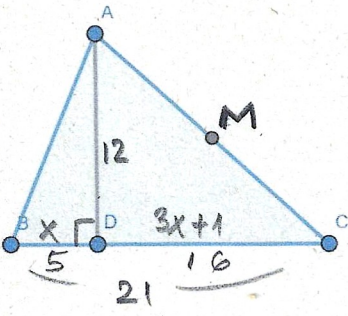


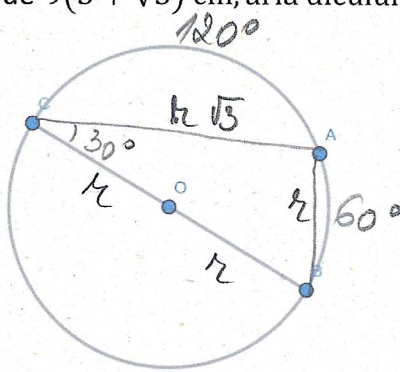
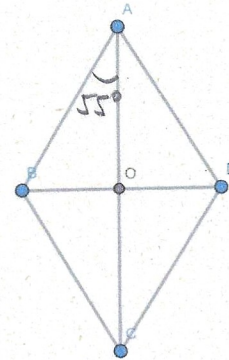
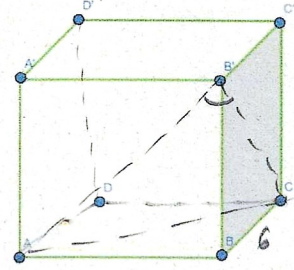
Testul numărul 5

Subiectul I (30 puncte)

5p	1. Rezultatul calculului $0,75 + \frac{1}{2} : 2$ este: a) 1; b) 2,75; c) 1,25; d) 1,5. $0,75 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 0,75 + 0,25 = 1$								
5p	2. Ordonăți crescător numerele : $(-2)^{30}$; $(-3)^{20}$; -2^{30}; -3^{20}. a) $(-2)^{30}$; -2^{30}; $(-3)^{20}$; -3^{20}; b) $(-3)^{20}$; $(-2)^{30}$; -2^{30}; -3^{20}; c) -3^{20}; -2^{30}; $(-2)^{30}$; $(-3)^{20}$; d) $(-2)^{30}$; $(-3)^{20}$; -3^{20}; -2^{30}. $-3^{20} = -9^{10}$ $-2^{30} = -8^{10}$ $(-2)^{30} = 8^{10}$ $(-3)^{20} = 9^{10}$								
5p	3. Media geometrică a numerelor $x = 1 - \sqrt{5}$ și $y = \frac{(1+\sqrt{5})^2}{2} - 2$ este egală cu: a) 2; b) -1; c) $\sqrt{5}$; d) $1+\sqrt{5}$. $Mg = \sqrt{x \cdot y} = \sqrt{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} = \sqrt{4-1} = 2$ $x = \sqrt{5}-1$ $y = \frac{1+2\sqrt{5}+5}{2} - \frac{2}{1} = \frac{6+2\sqrt{5}-4}{2} = \sqrt{5}+1$								
5p	4. Prețul unui telefon este 1500 lei. În cadrul unei promoții, toate produsele electronice se ieftinesc cu 15 %. Noul preț al telefonului este: a) 1250 lei; b) 1275 lei; c) 1350 lei; d) 1485 lei. $100\% - 15\% = 85\%$ $85\% \cdot 1500 = 85 \cdot 15 = 1275 \text{ lei}$								
5p	5. Rezolvând inecuația $\frac{x}{3} + \frac{1-x}{2} < 1$ în mulțimea numerelor reale, patru copii au obținut rezultatele înregistrate în tabelul de mai jos: <table><tr><th>Bobe</th><th>Manuel</th><th>Richard</th><th>Thomas</th></tr><tr><td>$x \in \left(-\infty, \frac{3}{5}\right)$</td><td>$x \in (-\infty, -3)$</td><td>$x \in (-3, \infty)$</td><td>$x \in (-\infty, -4)$</td></tr></table> Dintre cei patru copii, a rezolvat corect inecuația: a) Bobe; b) Manuel; c) Richard; d) Thomas. $\frac{2x + 3 - 3x}{6} < 1 \Rightarrow \frac{3-x}{6} < 1$ $3-x < 6 \Rightarrow x > -3$ $x \in \mathbb{R}$	Bobe	Manuel	Richard	Thomas	$x \in \left(-\infty, \frac{3}{5}\right)$	$x \in (-\infty, -3)$	$x \in (-3, \infty)$	$x \in (-\infty, -4)$
Bobe	Manuel	Richard	Thomas						
$x \in \left(-\infty, \frac{3}{5}\right)$	$x \in (-\infty, -3)$	$x \in (-3, \infty)$	$x \in (-\infty, -4)$						
5p	6. Mașina Cătălinei are rezervorul de 46 de litri și consumă 6 litri de motorină pentru a parcurge 100 de km. Cătălina spune că poate parcurge 800 km, plecând cu rezervorul plin și fără să alimenteze pe parcurs. Afirmatia Cătălinei este: a) Adevărată; b) Falsă.								

Subiectul II (30 puncte)

5p	1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele distincte A, B, C și D în această ordine. Dacă $BC=AB+3$ cm, $BD=BC+2$ cm și $AD=7$ cm, lungimea segmentului AB este egală cu: a) 2; ☒ b) 1; c) 3; d) 4.  $2x+5=7$ $2x=2 \quad x=1$
5p	2. În figura alăturată dreptele AB și CD sunt concurente în punctul O. Dacă $\angle AOC = 5\angle BOC$, atunci $\angle BOD$ are măsura egală cu: a) 144°; b) 130°; c) 110°; ☒ d) 150°. $6x=180^\circ$ $x=30^\circ$ $\angle BOD = \angle AOC = 5 \cdot 30^\circ = 150^\circ$ 
5p	3. În figura alăturată este reprezentat un triunghi ABC, cu $AD \perp BC$ și M mijlocul segmentului AC. Dacă $AD = 12$ cm, $BC = 21$ cm și $CD = 3 \cdot BD + 1$, atunci lungimea segmentului DM este egală cu: a) 9 cm; ☒ b) 10 cm; c) 8 cm; d) 12 cm. $x+3x+1=21$ $4x+1=21$ $4x=20$ $x=5$ $\triangle ABC$ dreptunghi $\Rightarrow$ $AC=20$ DM mediană  $\Rightarrow DM = 10 \text{ cm}$

5p	4. Fie cercul $C(O, R)$ și punctele A, B, C sunt pe cerc, $O \in BC$. Dacă arc mic $\widehat{AC} = 120^\circ$ și perimetrul triunghiului ABC este de $9(3 + \sqrt{3})$ cm, aria dicului este egală cu: a) $81\pi \text{ cm}^2$; b) $64\pi \text{ cm}^2$; c) $75\pi \text{ cm}^2$; d) $49\pi \text{ cm}^2$. $P_{\triangle ABC} = 3r + r\sqrt{3}$ $= 24 + 9\sqrt{3}$ $\Rightarrow r = 9 \text{ cm}$ $A_{\text{dic}} = \pi r^2$ $= 81\pi \text{ (cm}^2\text{)}$ 
5p	5. În figura alăturată este reprezentat rombul ABCD cu $AC \cap BD = \{O\}$. Dacă unghiul BAO are măsura de 55°, atunci măsura unghiului ABC este egală cu: a) 75°; b) 70°; c) 65°; d) 60°. $\angle BAO = 55^\circ \Rightarrow \angle BAD = 110^\circ$ $\Rightarrow \angle ABC = 180^\circ - 110^\circ$ $= 70^\circ$ 
5p	6. În figura alăturată este reprezentat un paralelipiped dreptunghic ABCDA'B'C'D', știm că $AB=BC=6$ cm și măsura unghiului $AB'C$ este 60°. Suma ariilor fețelor laterale ale paralelipipedului este egală cu: a) 144 cm^2; b) 36 cm^2; c) 216 cm^2; d) 72 cm^2. $\triangle AB'C$ is pt că $B'A = B'C \Rightarrow$ $\angle AB'C = 60^\circ$ $\triangle ABC$ echil $\Rightarrow AB = B'C = AC = 6\sqrt{2} \text{ cm}$ $\Rightarrow \text{cub} \Rightarrow l_{\text{cub}} = 6 \text{ cm} \Rightarrow A_l = 4 \cdot l^2 = 4 \cdot 36$ $= 144$ 

Subiectul III

- 5p 1. Un test grilă conține 30 de întrebări. Pentru fiecare răspuns corect se acorda 5 puncte, pentru fiecare răspuns greșit se scad 2 puncte, iar pentru lipsa unui răspuns se dau 0 puncte. Nu se acordă punctaj din oficiu. Alina a obținut 122 de puncte.
- a) Este posibil ca Alina să fi răspuns corect la mai puțin de 80% din întrebări?
- b) Determinați numărul de întrebări la care Alina a răspuns corect.

30 întrebări

- corect + 5 puncte (not c)
- greșit - 2 puncte (not g)
- lipsă răspuns ± 0 puncte (not l)

$$\begin{cases} c + g + l = 30 \\ 5c - 2g + 0 \cdot l = 122 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c + g + l = 30 \\ 5c - 2g = 122 \end{cases}$$

~~80~~ $\cdot 30 = 24$ răspunsuri

$5 \cdot 24 = 120 \text{ puncte} < 122 \text{ puncte}$ (24 c, cu 6 lipsă)

at $6 \cdot (-2) = -12 \text{ puncte}$ (24 c, cu 6 greșite)

$108 \text{ puncte} < 122 \text{ puncte}$

Este posibil să fi răspuns la mai puțin de 80%.

$$5c - 2g = 122 \Rightarrow \underbrace{5c}_{:5} = 122 + 2g = 2 \cdot (\underbrace{61 + g}_{:2}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 61 + g : 2 \Rightarrow g \in \{4, 9, 14, 19, \dots\}$$

$$\Rightarrow c : 2 \Rightarrow c \text{ nr. par}$$

fie $g = 4$ greșite $\Rightarrow c = 26$ (par) $l = 0$

$$26 \cdot 5 - 2 \cdot 4 + 0 = 130 - 8 = 122 \checkmark$$

$R = 26$ răsp. corecte

5p

2. Fie șirul de numere raționale

$$a_1 = 1 + 1^{-1}, a_2 = 1 + 2^{-1}, a_3 = 1 + 3^{-1}, \dots, a_{2005} = 1 + 2005^{-1}.$$

a) Comparați numerele a_{2004} și a_{2005} .

b) Determinați $n \in \mathbb{N}^*, n \leq 2003$ astfel încât $a_n \cdot a_{n+1} \cdot a_{n+2} \in \mathbb{N}$.

Maria Ghiță, Sibiu.

$$a_1 = 1 + \frac{1}{1} = \frac{2}{1}$$

$$a_2 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$a_3 = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

$$a_{2005} = 1 + \frac{1}{2005} = \frac{2006}{2005}$$

$$a) \quad a_{2004} = 1 + \frac{1}{2004} > 1 + \frac{1}{2005} = a_{2005}$$

$$\frac{1}{2004} > \frac{1}{2005}$$

$$b) \quad a_n \cdot a_{n+1} \cdot a_{n+2} = \frac{n+1}{n} \cdot \frac{n+2}{n+1} \cdot \frac{n+3}{n+2} = \frac{n+3}{n}$$

$$\frac{n+3}{n} \in \mathbb{N} \Leftrightarrow n \mid n+3$$

$$\text{dar } \frac{n \mid n}{n \mid 3} \quad (\rightarrow)$$

$$n \in \mathbb{N}_3 = \{1, 3\}$$

$$① \quad n=1 \Rightarrow \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} = 4 \in \mathbb{N}$$

$$n=3 \Rightarrow \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} = 2 \in \mathbb{N}$$

$$n \in \{1, 3\}.$$

5p

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x + 1$.

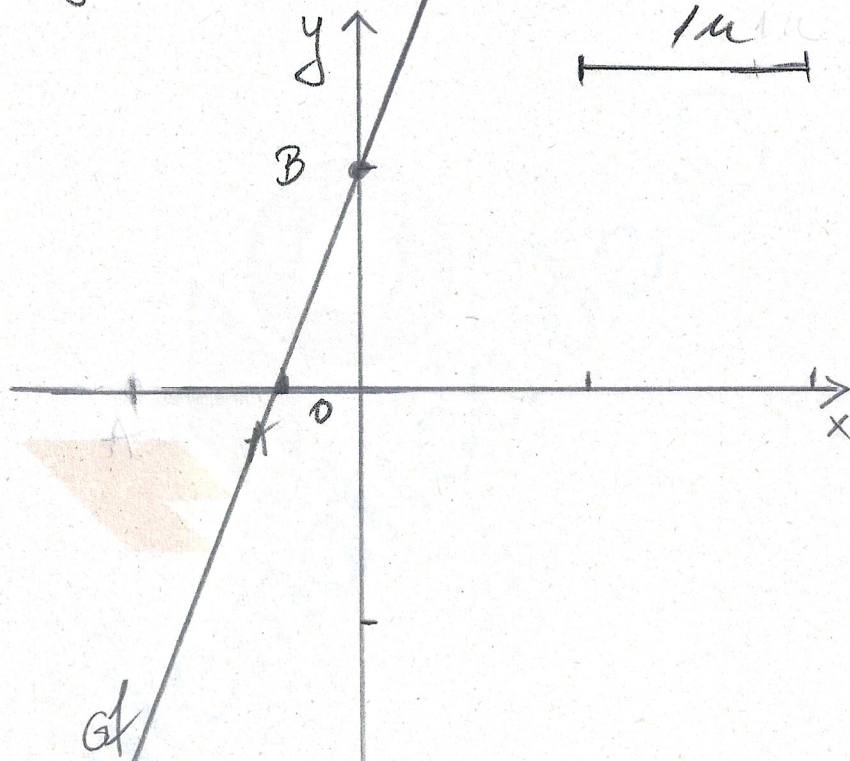
a) Reprezentați grafic funcția.

b) Calculați tangenta unghiului determinat de graficul funcției cu axa Oy a sistemului de coordonate xOy .

$$a) G \cap (Ox = \{A\}) \Rightarrow y_A = 0 \Rightarrow f(x_A) = 0$$

$$3x_A + 1 = 0 \Rightarrow x_A = -\frac{1}{3} \Rightarrow A(-\frac{1}{3}; 0)$$

$$G \cap (Oy = \{B\}) \Rightarrow x_B = 0 \Rightarrow f(0) = 1 \Rightarrow B(0; 1)$$



$$b) \operatorname{tg}(\widehat{Gf, Oy}) = \operatorname{tg} \widehat{ABO} = \frac{OA}{OB} = \frac{|x_A|}{y_B} = \frac{\frac{1}{3}}{1} = \frac{1}{3}$$

5p

4. În figura alăturată sunt reprezentate două triunghiuri dreptunghice isoscele ABC și DBE, cu ipotenuzele $AC = 4\sqrt{2}$ cm, respectiv $ED = 8\sqrt{2}$ cm, astfel încât A, B și D sunt coliniare în această ordine și $C \in BE$.

a) Aflați aria triunghiului AED;

b) Arătați că dreptele AE și CD sunt perpendiculare.

a) $\triangle ABC$ dr is, $\hat{B} = 90^\circ$

$AC = 4\sqrt{2}$ cm
T.D.T

$AB = BC = x$

$$2x^2 = 32 \quad | :2$$

$$x^2 = 16 \Rightarrow x = 4 \text{ (cm)}$$

$\triangle DBE$ dr is, $\hat{B} = 90^\circ$

$ED = 8\sqrt{2}$ cm

T.D.T

$$BD = BE = y$$

$$2y^2 = 64 \quad | :2$$

$$y^2 = 32 \Rightarrow y = 8 \Rightarrow CE = 4 \text{ (cm)}$$

$$A_{\triangle AED} = \frac{EB \cdot AD}{2} \Rightarrow A_{\triangle AED} = \frac{8 \cdot 12}{2} = 48 \text{ (cm}^2\text{)}$$

b) $AC \cap DE = \{F\}$

$DC \cap AE = \{G\}$

$$\angle BED = 45^\circ$$

$$\angle ACB = 45^\circ; \angle ACB = \angle ECF \text{ (op la v)} \Rightarrow \triangle CFE$$

$$\hat{C} + \hat{F} + \hat{E} = 180^\circ$$

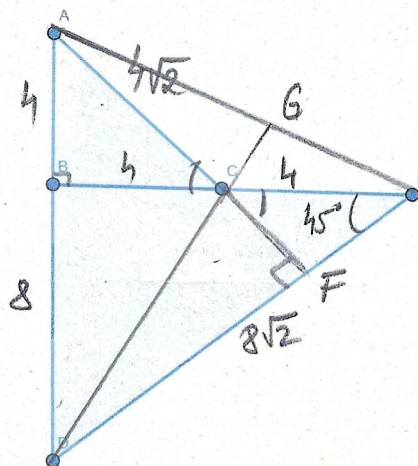
$$45^\circ + \hat{F} + 45^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{F} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow AF \perp BE \text{ (h în } \triangle ADE\text{)}$$

EB - h

$$EB \cap AF = \{C\} \Rightarrow C = \text{ortocentrul } \triangle AEB$$

$$\Rightarrow DC \perp AE$$



5p

5. În figura alăturată este reprezentat un dreptunghi ABCD cu $AB=1$ cm și $BC=2$ cm și M un punct aflat în interiorul său astfel încât $\angle MAB = \angle MBA = 15^\circ$, E mijlocul lui AD, F mijlocul lui BC.

a) Arătați că $AM \perp MD$.

b) Determinați măsurile unghiurilor triunghiului MCD.

a) $\angle MAB = 15^\circ$; $\angle MBA = 15^\circ$
 $\Rightarrow \angle EAM = 45^\circ$; $\angle BMF = 75^\circ$

$\angle BMA = 150^\circ$

fie pe $\widehat{EDCF}$
 a. $\triangle CPD$ isoscel

$\Rightarrow CD = CP = PD = 1$ cm

$\Rightarrow \triangle PDE$ isoscel cu $\widehat{D} = 60^\circ \Rightarrow \angle PED = \angle EPD = 75^\circ$
 $\angle PDC = 60^\circ \Rightarrow \angle PDE = 30^\circ$

dar $\angle MAE = 75^\circ$ ($\angle$ corespondente)

$\Rightarrow PE \parallel MA$

AD mediană

$MB = MA \Rightarrow M \in \text{mediata } AB \Rightarrow MR \perp AB$ unde

R - mijl lui $AB \Rightarrow MR \parallel AD$

$PD = PC \Rightarrow P \in \text{mediata } CD$

$\Rightarrow R-M-P$ coliniare $\Rightarrow MP \parallel AE$
 $MA \parallel PE \Rightarrow \square MP EA$ paralel

$\Rightarrow MP = AE = 1$ cm $\Rightarrow \square MPDE$ paralel $\Rightarrow ME \parallel PD$ în
 date $AE = ED$ $ME = PD = 1$ cm

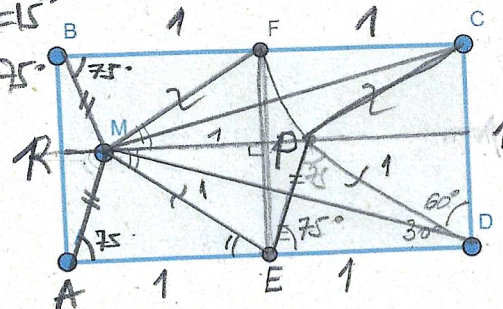
$\Rightarrow \triangle MAE$ isoscel cu $\widehat{E} = 90^\circ \Rightarrow ME = 1$ cm $\xrightarrow[\text{E-mijloc}]{\text{Ruled}}$ $\triangle AMD$ drept
 $AD = 2$ cm în M

$\Rightarrow AM \perp MD$.

b) $\triangle CMD$ isoscel cu $\widehat{M}$ pt că $\triangle BMC \equiv \triangle AMD$ (C. i.)

$\angle CMD = 360^\circ - 150^\circ - 2 \cdot 90^\circ = 360^\circ - 150^\circ - 180^\circ = 30^\circ$

$\Rightarrow \angle MCD = \angle MDC = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$



5p

6. În piramida patrulateră regulată VABCD, cu muchia bazei egală cu 2 cm, unghiul format de apotema piramidei cu planul bazei are măsura de 60° . Fie VO înălțimea piramidei.

- Calculați distanța dintre centrul bazei și o față laterală;
- Calculați lungimea proiecției înălțimii VO pe o față laterală.

a) fie H - mijl BC, N mijl AD.
 $\Rightarrow$ VH apotema piram.
 pe $VH = OH$
 (ABC)

$$\Rightarrow \angle(VH, (ABC)) = \angle(VH, OH) \\ = \angle VHO = 60^\circ$$

$\Rightarrow \angle VHN = 60^\circ$
 dar $VH = VN$ } $\Rightarrow \Delta VHN$ echil cu latură 2 pt că
 $HN = AB = 2 \text{ cm}$

fie $OT \perp VH$
 $VH \perp BC$
 $OH \perp BC$
 $VH, BC \subset (VBC)$ } $\Rightarrow OT \perp (VBC) \Rightarrow d(O, (VBC)) = OT$

$$\Delta VOH \text{ dr. în } \hat{O} \Rightarrow OT = \frac{VO \cdot OH}{VH}$$

$$VO - \text{h în } \Delta \text{ echil cu } l = 2 \Rightarrow VO = \frac{l\sqrt{3}}{2} \Rightarrow VO = \sqrt{3}$$

$$OH = \frac{1}{2} \cdot AB = 1$$

$$\Rightarrow OT = \frac{\sqrt{3} \cdot 1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (cm)}$$

b) pe $VO = VT$ pt că $V \in (VBC)$ și $OT \perp (VBC)$

$$\Rightarrow \Delta VOT \text{ dr. în } T \xrightarrow{T.P.H} VT^2 = VO^2 - OT^2 \\ VT^2 = \frac{4}{3} - \frac{3}{4} = \frac{9}{4} \\ VT = \frac{3}{2} \text{ (cm)}$$

