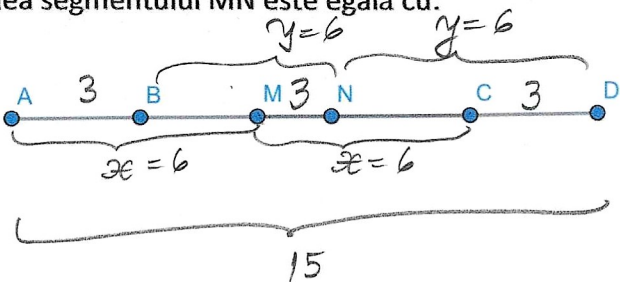
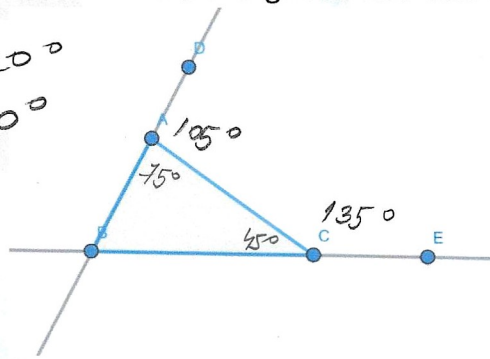
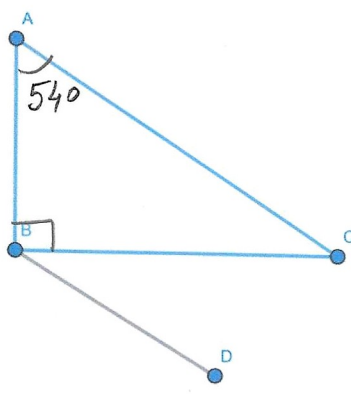


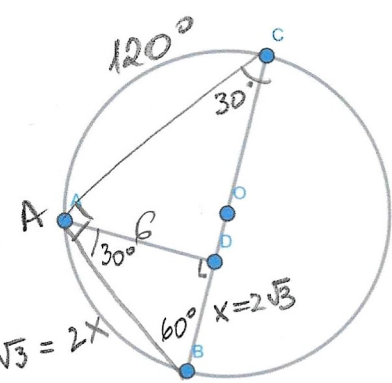
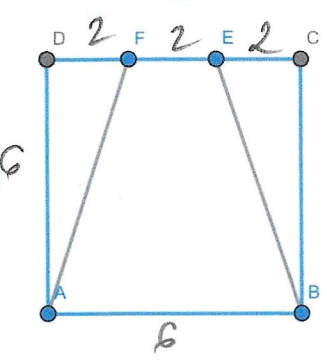
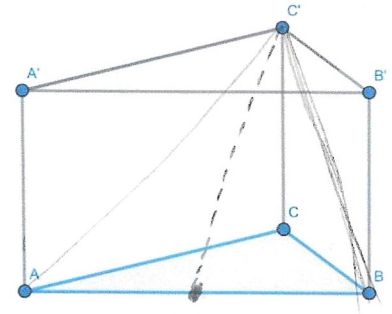
Testul numărul 4

Subiectul I (30 puncte)

5p	1. Rezultatul calculului $5 \cdot 3^2 + 3^2 \cdot 4 - 2 \cdot 3^2$ este: a) 61; ☒ b) 63; c) 62; d) 60. $3^2 \cdot (5+4-2) = 3^2 \cdot (7) = 9 \cdot 7 = 63$
5p	2. Știind că mulțimile $A = \{2a + 1, a^2, 3a + 2\}$ și $B = \{9, 14, 16\}$ sunt egale, atunci numărul natural a este egal cu: a) 4; ☒ b) 3; c) 6; d) 5. $2a+1=9$ $a=4$ ☒ $4^2=16 \checkmark$ $3 \cdot 4+2=14 \checkmark$
5p	3. După două majorări succesive cu 5%, apoi 15% salariul lunar al unei persoane a ajuns la 1932 de lei. Salariul inițial al persoanei a fost: a) 1600; ☒ b) 1620; c) 1700; d) 1610. $x + 5\% \cdot x = 105\% \cdot x = y$ $y + 15\% \cdot y = 115\% \cdot y = 1932 \Rightarrow y = \frac{1932 \cdot 100}{115} = 1680$ $x = \frac{1680 \cdot 100}{105} = 1600$
5p	4. Scrierea ca fracție ordinară ireductibilă a numărului zecimal 0,9(4) este: a) $\frac{11}{18}$; b) $\frac{13}{18}$; ☒ c) $\frac{17}{18}$; d) $\frac{19}{18}$. $\frac{94-9}{90} = \frac{85}{90} = \frac{17}{18}$
5p	5. Suma divizorilor improprii ai numărului a este 10. Numărul a este egal cu: a) 8; ☒ b) 9; c) 5; d) 6. $1+a=10$ $a=9$
5p	6. Ana afirmă că ultima cifra a numărului $1^{2026} + 5^{2026} - 6^{2026}$ este 0. Afirmatia Anei este: a) Adevărată; ☒ b) Falsă.

Subiectul II (30 puncte)

5p	1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele distincte A, B, C și D în această ordine. Punctele M și N sunt mijloacele segmentelor AC și BD. Dacă $AB=CD=3$ cm și $AD=15$ cm, lungimea segmentului MN este egală cu: a) 5; b) 4; ☒ c) 3; d) 6. 
5p	2. În figura alăturată unghiurile DAC și ECA sunt exterioare triunghiului ABC astfel încât $\angle DAC = 105^\circ$ și $\angle ECA = 135^\circ$. Măsura unghiului ABC este egală cu: a) 55°; b) 65°; c) 50°; ☒ d) 60°. $75^\circ + 45^\circ = 120^\circ$ $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ 
5p	3. În figura alăturată este reprezentat un triunghi dreptunghic ABC și $BD \parallel AC$. Dacă $\angle CAB = 54^\circ$, atunci măsura unghiului CBD este egală cu: a) 38°; b) 46°; ☒ c) 36°; d) 26°. $\angle CAB + \angle ABD = 180^\circ$ (uit de ac. p a nec) $\angle ABD = 180^\circ - 54^\circ$ $= 126^\circ$ $\angle DBC = 126^\circ - 90^\circ$ $= 36^\circ$ 

5p	4. Fie cercul $\mathcal{C}(O, R)$ și punctele A, B, C sunt pe cerc, $O \in BC$. Dacă arcul mic $\widehat{AC} = 120^\circ$ și distanța de la punctul A la BC este $AD = 6$ cm, lungimea segmentului BC este egală cu: a) 12 cm; b) $8\sqrt{3}$ cm; c) $6\sqrt{3}$ cm; d) $4\sqrt{3}$ cm. $\phi = x\sqrt{3}$ $x = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$ $\widehat{C} = 30^\circ$ $\Rightarrow BC = 2 \cdot 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3} \text{ (cm)}$ $4\sqrt{3} = 2x$ 
5p	5. În figura alăturată este reprezentat pătratul ABCD cu latura egală cu 6 cm. Punctele E și F se găsesc pe latura DC astfel încât $DF = FE = EC$. Aria patrulaterului ABEF este egală cu: a) 18 cm^2; b) 16 cm^2; c) 12 cm^2; d) 24 cm^2. $A = \frac{(6+2) \cdot 6}{2}$ $A = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$ 
5p	6. În figura alăturată este reprezentată o prismă triunghiulară dreaptă, cu baza triunghi echilateral, știm că M este mijlocul lui AB. Măsura $\angle(C'M, A'B')$ este: a) 90°; b) 60°; c) 45°; d) 30°. $\Delta C'AB$ vs $\left. \begin{array}{l} C'M \text{ med} \end{array} \right\} \Rightarrow C'M \perp AB$ $AB \parallel A'B'$ $\Rightarrow \angle(C'M, A'B') = \angle(C'M, AB) = 90^\circ$ 

5p

1. O soluție de sare are masa de 960 g, cu concentrația de 15%.

a) Arată că, în soluție, cantitatea de sare este mai mică de 150 g.

b) Ce cantitate de apă se adaugă pentru a obține o soluție de concentrație de 5%.

$$a) c = \frac{m_{\text{sare}}}{M_{\text{soluție}}}$$

$$\frac{15}{100} = \frac{m_{\text{sare}}}{960} \Rightarrow m_{\text{sare}} = \frac{15 \cdot 96}{10} = \frac{1440}{10} =$$

$$= 144 \text{ g} < 150 \text{ g} \text{ "A"}$$

$$b) \frac{5}{100} = \frac{144}{960 + x} \Leftrightarrow 5(960 + x) = 14400 = 14400$$

$$960 + x = 2880 \quad | - 960$$

$$x = 1920 \text{ g. apă trebuie adăugată}$$

5p

2. Fie $E(x) = \left(\frac{2}{x^2-1} - \frac{3}{1-x} + \frac{3}{x+1} \right) : \frac{2}{x-1}$, unde $x \in \mathbb{R}/\{-1,1\}$.

a) Aduceți expresia la forma cea mai simplă.

b) Determinați $x \in \mathbb{N}$ pentru care $(x+1) \cdot E(x) = 10$.

$$a) E(x) = \left(\frac{2}{(x-1)(x+1)} + \frac{3}{x-1} + \frac{3}{x+1} \right) \cdot \frac{x-1}{2}$$

$$E(x) = \frac{2 + 3x + 3 + 3x - 3}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x-1}{2}$$

$$E(x) = \frac{6x+2}{2(x+1)} = \frac{2(3x+1)}{2(x+1)} = \frac{3x+1}{x+1}$$

$$b) (x+1) \cdot \frac{3x+1}{x+1} = 10$$

$$3x = 9$$

$$x = 3 \in \mathbb{N}$$

$$S' = \{3\}$$

5p

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + a; a \in (0; \infty)$

a) Găsiți valoarea reală a lui a știind că punctul $P(a, a^2 - 4) \in G_f$.

b) Pentru $a=4$, dacă $\{A\} = G_f \cap (Ox)$ și $\{B\} = G_f \cap (Oy)$, iar A' este simetricul lui A față de B , să se calculeze aria triunghiului OAA' .

$$a) P(a, a^2 - 4) \in G_f \Leftrightarrow f(a) = a^2 - 4$$

$$2a + a = a^2 - 4 \Rightarrow a^2 - 3a - 4 = 0.$$

$$\Delta = 9 + 16 = 25$$

$$a_{1/2} = \frac{3 \pm 5}{2} = \begin{cases} a_1 = 4 \in (0; \infty) \\ a_2 = -1 \notin (0; \infty) \end{cases}$$

$$a = 4$$

$$b) f(x) = 2x + 4$$

$$\{A\} = G_f \cap Ox \Rightarrow y_A = 0$$

$$f(x_A) = 0$$

$$2x_A + 4 = 0$$

$$x_A = -2$$

$$A(-2; 0)$$

$$\{B\} = G_f \cap Oy \Rightarrow x_B = 0$$

$$f(0) = 4 \Rightarrow B(0; 4)$$

$$A' = \text{simetricul lui } A \text{ față de } B \Rightarrow B - \text{unghiul lui } AA' \Rightarrow x_B = \frac{x_A + x_{A'}}{2}$$

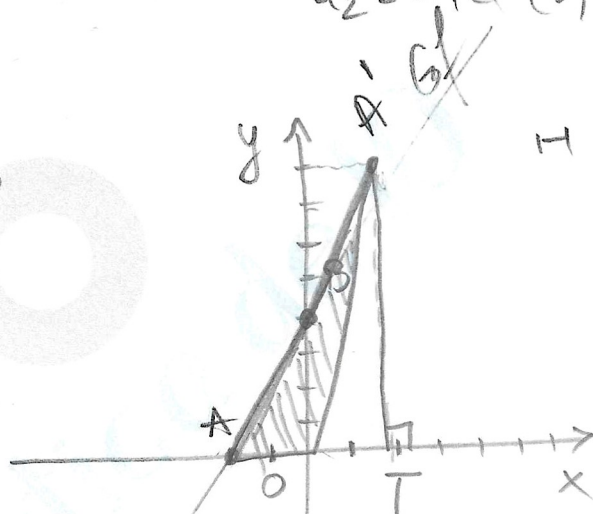
$$0 = \frac{-2 + x_{A'}}{2} \Rightarrow x_{A'} = 2$$

$$y_B = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \Rightarrow 4 = \frac{0 + y_{A'}}{2} \Rightarrow y_{A'} = 8$$

$$\Rightarrow A'(2; 8)$$

$$A_{\Delta OAA'} = \frac{AT \cdot OA}{2} \Rightarrow A_{\Delta OAA'} = \frac{8 \cdot 2}{2} = 8 \text{ (u}^2\text{)}$$

$$\text{fără } A'T \perp Ox \Rightarrow T(2; 0) \Rightarrow AT = |y_{A'}| = 8 \text{ u}$$



5p

4. În figura alăturată este reprezentat un triunghi ABC cu măsura unghiului $\angle BAC = 125^\circ$, măsura unghiului $\angle ACB = 25^\circ$, $BC = 18$ cm, $AD \perp BC$, $D \in BC$, $BD = \frac{BC}{3}$ și $CM \perp AB$, $M \in BA$, punctul A se află între punctele B și M

a) Arată că $BM = 9\sqrt{3}$ cm;

b) Află valoarea raportului $\frac{A_{ABC}}{A_{BCM}}$.

$$a) \left. \begin{array}{l} AD \perp BC \Rightarrow \angle ADC = 90^\circ \\ \angle C = 25^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle CAD = 65^\circ \\ \angle BAC = 125^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \angle BAD = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \angle ABD = 30^\circ$$

$$BD = \frac{1}{3} \cdot 18 = 6$$

$$\text{fie } AD = x \Rightarrow AB = 2x \xrightarrow{\text{T.P.T}} 4x^2 = x^2 + 36$$

$$36 = 3x^2 \Rightarrow x^2 = 12 \Rightarrow x = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\Rightarrow AB = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\triangle MBC \text{ drept în } M; \angle B = 30^\circ \Rightarrow MC = \frac{BC}{2} \Rightarrow MC = 9 \text{ cm}$$

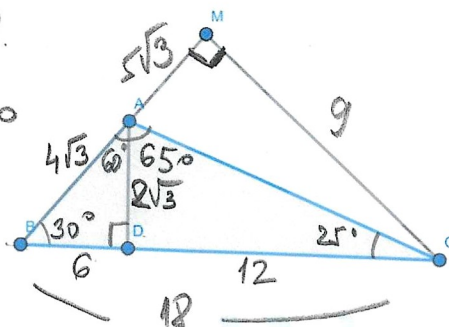
$$\xrightarrow{\text{T.P.T}} MB^2 = BC^2 - MC^2$$

$$MB^2 = 324 - 81 \Rightarrow MB^2 = 243 \Rightarrow MB = 9\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$b) A_{ABC} = \frac{AD \cdot BC}{2} \Rightarrow A_{ABC} = \frac{2\sqrt{3} \cdot 18}{2} = 18\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$A_{BCM} = \frac{MB \cdot MC}{2} \Rightarrow A_{BCM} = \frac{9\sqrt{3} \cdot 9}{2} = \frac{81\sqrt{3}}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\frac{A_{ABC}}{A_{BCM}} = \frac{\frac{18\sqrt{3}}{1}}{\frac{81\sqrt{3}}{2}} = \frac{2 \cdot 18}{81} = \frac{4}{9}$$



5p 5. Pe diagonala AC a dreptunghiului ABCD construim trapezul isoscel ADEC. Dacă $AC \cap BD = \{O\}$, măsura unghiului $AOB = 120^\circ$ și $BC = 6$ cm.

a) Arătați că $BE \perp DE$.

b) Să se calculeze perimetrul trapezului ADEC.

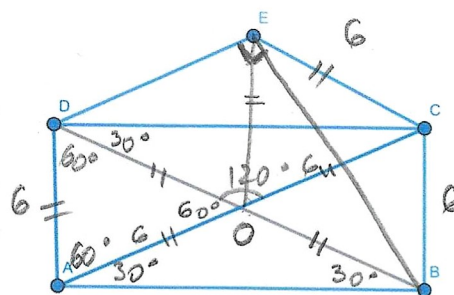
a) $\square ADEC$ is $\Rightarrow EC = AD = 6$ cm

$\angle AOB = 120^\circ \Rightarrow \angle AOD = 60^\circ$

$\Rightarrow \triangle DOA$ echil

$\Rightarrow DO = OA = AD = 6$ (cm)

O - mijl lui AC } $\Rightarrow DO = OE = 6$ cm
 $\square ADEC$ is



OE - med în $\triangle DEB$; $DB = 12$ cm RT med

$\angle DEB = 90^\circ \Rightarrow DE \perp EB$

b) $\triangle EOC$ echil $\Rightarrow \angle EOC = 60^\circ \Rightarrow \angle DOE = 60^\circ$

$\Rightarrow \triangle DOE$ echil $\Rightarrow DE = 6$ cm

$$\begin{aligned} P_{ADEC} &= AD + DE + EC + CA \\ &= 6 + 6 + 6 + 12 \\ &= 18 + 12 = 30 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

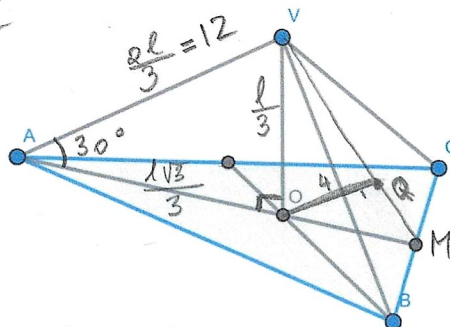
5p

6. În piramida triunghiulară regulată VABC, muchia laterală formează cu planul bazei un unghi de 30° . Dacă distanța de la centrul de greutate al bazei și centrul de greutate al unei fețe laterale este de 4 cm

- a) Arătați că latura bazei este 18 cm;
b) Determinați lungimea înălțimii piramidei.

Problemă compusă de Gheorghe Iacob, Pașcani.

a) b)
 ΔABC echilateral cu latura l
 $AM = h \Rightarrow$
 $AM = \frac{l\sqrt{3}}{2}$
 $AO = \frac{2}{3} \cdot AM$



pe $Q = \text{centrul de greutate în } \Delta VBC \Rightarrow \frac{MQ}{MV} = \frac{1}{3}$
pe $O = \text{centrul de greutate în } \Delta ABC \Rightarrow \frac{MO}{MA} = \frac{1}{3}$
 $\Rightarrow OQ \parallel AV$ (Teorema lui Thales)

$$\Rightarrow \Delta MOQ \sim \Delta MAV \Rightarrow \frac{MO}{MA} = \frac{OQ}{AV} = \frac{MQ}{MV} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{4}{AV} = \frac{MQ}{MV}$$

$$AV = 12 \text{ (cm)}$$

Comparăm ΔVOA cu ΔVOB cu ΔVOC

$$\begin{cases} VO \text{ lat. com.} \\ OA = OB = OC \\ VA = VB = VC \end{cases} \Rightarrow \angle VOA = \angle VOB = \angle VOC$$

$$\Downarrow$$

$$VO \perp (ABC)$$

$\Rightarrow VO$ este înălțimea piramidei.

$$\Delta VOA \text{ dr. în } \hat{O} \Rightarrow VO = \frac{VA}{2} \Rightarrow VO = 6 \text{ (cm)}$$

$$\angle A = 30^\circ \Rightarrow AO = 6\sqrt{3} \Rightarrow \frac{2}{3} \cdot AM = 6\sqrt{3} \Rightarrow AM = 9\sqrt{3} \Rightarrow$$

$$AB = 18 \text{ (cm)}$$