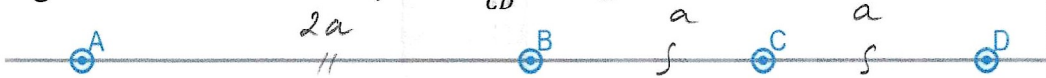
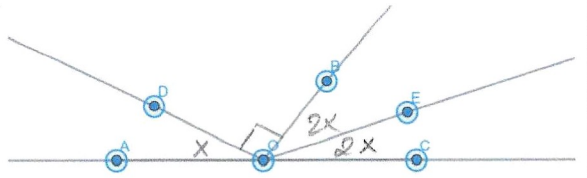
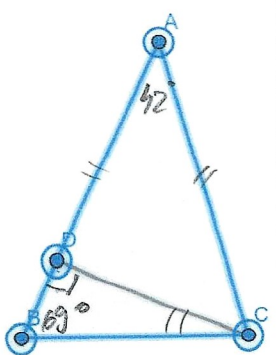


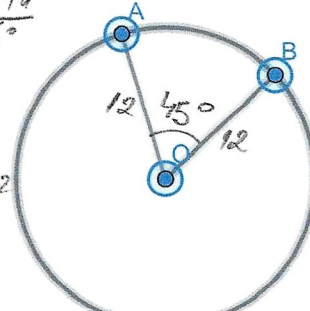
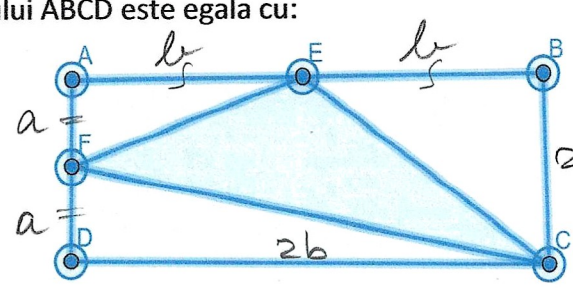
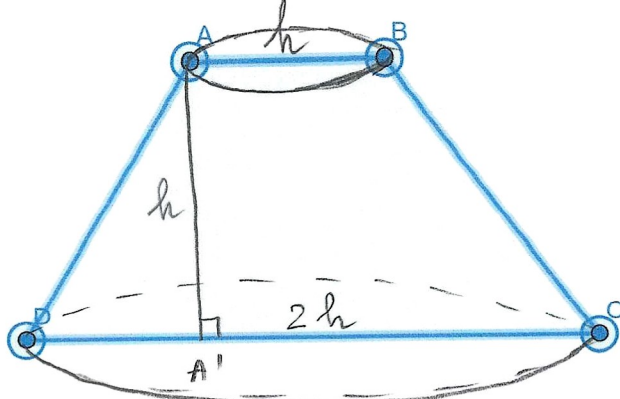
Testul numărul 3

Subiectul I (30 puncte)

5p	1. Rezultatul calculului $37 \cdot 69 + 37 \cdot 31$ este: a) 3700; b) 7300; c) 100; d) 37.
5p	2. Știind că $\frac{5a-2b}{3a+4b} = \frac{2}{3}$ atunci $\frac{a}{b}$ este egal cu: a) $\frac{9}{14}$; b) $\frac{14}{9}$; c) $\frac{13}{9}$; d) $\frac{1}{13}$. $15a - 6b = 6a + 8b$ $9a = 14b$ $\frac{a}{b} = \frac{14}{9}$
5p	3. Dacă 40% din a este 20 atunci valoarea numărului a este egal cu: a) 100; b) 75; c) 40; d) 50. $\frac{40}{100} \cdot a = 20$ $a = 50$
5p	4. Media geometrică a numerelor $a = 3 + 2\sqrt{2}$ și $b = 3 - 2\sqrt{2}$ este: a) 1; b) 3; c) $\sqrt{3}$; d) $\sqrt{2}$. $\sqrt{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} = \sqrt{9-8} = \sqrt{1} = 1$
5p	5. Suma numerelor întregi din intervalul $[-2; 4)$ este: a) 3; b) 7; c) 0; d) 9. $-2 + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 = 3$
5p	6. Ana afirmă că numărul elementelor mulțimii $A = \{x / x \in \mathbb{Z}, 24 : x\}$ este 8. Afirmatia Anei este: a) Adevărată; b) Falsă. $24 = \{-24, -12, -8, -6, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

Subiectul II (30 puncte)

5p	1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele distincte A, B, C și D în această ordine. Punctul B este mijlocul segmentului AD, iar punctul C este mijlocul segmentului BD. Valoarea raportului $\frac{AC}{CD}$ este egală cu:  a) 1,5; b) 2; c) 3; d) 4. $\frac{AC}{CD} = \frac{3a}{a} = 3$
5p	2. În figura alăturată sunt reprezentate unghiurile adiacente suplementare AOB și BOC, iar semidreapta OD, interioara $\angle AOB$, este perpendiculară pe semidreapta OB. Știind că $\angle AOD = \frac{1}{4} \cdot \angle BOC$ și semidreapta OE este bisectoarea $\angle BOC$, măsura $\angle DOE$ este egală cu: a) 112°; b) 116°; c) 120°; d) 126°. $5x + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow 5x = 90^\circ \Rightarrow x = 18^\circ$ $\angle DOE = 90^\circ + 36^\circ = 126^\circ$ 
5p	3. În figura alăturată este reprezentat un triunghi isoscel ABC, cu vârful în A. Măsura $\angle A = 42^\circ$, iar $CD \perp AB$, cu $D \in AB$. Măsura unghiului BCD este egală cu: a) 20°; b) 21° c) 24°; d) 25°. $\angle B = \frac{180^\circ - 42^\circ}{2} = \frac{138^\circ}{2} = 69^\circ$ $69^\circ + 90^\circ = 159^\circ$ $180^\circ - 159^\circ = 21^\circ$ 

5p	4. Fie cercul $C(O, 12)$. Aria sectorului cu unghiul la centru de 45° este egal cu: a) $6\pi \text{ cm}^2$; b) $18\pi \text{ cm}^2$; c) $72\pi \text{ cm}^2$; d) $36\pi \text{ cm}^2$. $A_{\text{disc}} = \pi R^2 = 144\pi \text{ cm}^2$ $\begin{array}{ccc} 360^\circ & \dots\dots & 144\pi \\ 45^\circ & \dots\dots & x \end{array}$ $x = \frac{45 \cdot 144\pi}{360}$ $x = \frac{144\pi}{8}$ $x = 18\pi \text{ cm}^2$ 
5p	5. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul ABCD, iar punctele E și F sunt mijloacele laturilor AB, respectiv AD. Valoarea raportului dintre aria triunghiului CEF și aria dreptunghiului ABCD este egală cu: a) $\frac{1}{4}$; b) $\frac{3}{8}$; c) $\frac{1}{2}$; d) $\frac{2}{3}$. $A_{ABCD} = 2a \cdot 2b = 4ab$ $A_{AFE} = \frac{ab}{2}$ $A_{FDC} = ab$ $A_{EBC} = ab$  $\Rightarrow A_{EFC} = 4ab - (2ab + \frac{ab}{2} + ab) = 4ab - 2.5ab = 1.5ab$
5p	6. Secțiunea axială a unui trunchi de con circular drept este un trapez isoscel cu aria egală cu 150 cm^2, știm că înălțimea trunchiului este egală cu diametrul bazei mici și jumătate din diametrul bazei mari. Diferența razelor celor două baze este: a) 10 cm; b) 20 cm; c) 5 cm; d) 12 cm. $\frac{3h \cdot h}{2} = 150$ $3h^2 = 300 \quad :3 \Rightarrow h^2 = 100$ $\Rightarrow h = 10$ $\left. \begin{array}{l} AB = 10 \Rightarrow r = 5 \\ DC = 20 \Rightarrow R = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow 10 - 5 = 5$ 

5p 1. Suma a trei numere este 2026. Dacă împărțim primul număr la al doilea, obținem câtul 3 și restul 16. Dacă împărțim al doilea număr la al treilea, obținem câtul 2 și restul 3.

a) Poate fi al treilea număr egal cu 123? Justificați.

b) Găsiți cele trei numere.

a) $a + b + c = 2026$

$a : b = 3 \text{ rest } 16 \Rightarrow a = 3b + 16$

$b : c = 2 \text{ rest } 3 \Rightarrow b = 2c + 3$

fie $c = 123 \Rightarrow b = 2 \cdot 123 + 3 = 246 + 3 = 249$

$a = 3 \cdot 249 + 16 = 747 + 16 = 763$

② $763 + 249 + 123 = 1135 \neq 2026 \Rightarrow$ nu poate fi 123.

b) $a = 3 \cdot (2c + 3) + 16$

$a = 6c + 9 + 16$

$a = 6c + 25$

$6c + 25 + 2c + 3 + c = 2026$

$9c + 28 = 2026 \quad | -28$

$9c = 1998 \quad | :9$

$c = 222$

$b = 2 \cdot 222 + 3 = 447$

$a = 3 \cdot 447 + 16$

$a = 1341 + 16 = 1357$

③ $1357 + 447 + 222 = 1804 + 222 = 2026 \quad \text{A}^9$

5p

2. Fie $E(x) = 1 - \frac{2}{x^2+2x-3} \cdot \left(1 - \frac{x^2+2x+5}{4x+4}\right) : \frac{1-x}{2x+2}$, unde $x \in \mathbb{R}/\{-3, -1, 1\}$.

a) Aduceți expresia la forma cea mai simplă.

b) Determinați $x \in \mathbb{Z}$ pentru care $\sqrt{E(x)} \in \mathbb{N}$.

$$a) E(x) = 1 - \frac{2}{(x+3)(x-1)} \cdot \left(1 - \frac{x^2+2x+5}{4(x+1)}\right) \cdot \frac{2(x+1)}{1-x}$$

$$x^2+2x-3 = x^2+3x-x-3 = x(x+3) - 1(x+3) = (x+3)(x-1)$$

$$E(x) = 1 - \frac{2}{(x+3)(x-1)} \cdot \frac{4x+4 - x^2-2x-5}{2(x+1)} \cdot \frac{2(x+1)}{-(x-1)}$$

$$E(x) = 1 + \frac{2}{(x+3)(x-1)} \cdot \frac{-x^2+2x-1}{2} \cdot \frac{1}{x-1}$$

$$E(x) = 1 + \frac{-(x-1)^2}{(x+3)(x-1)^2} \Rightarrow E(x) = 1 - \frac{1}{x+3}$$

$$E(x) = \frac{x+2}{x+3}$$

$$b) \sqrt{E(x)} \in \mathbb{N} \Leftrightarrow E(x) = p \cdot p \Rightarrow \begin{array}{l} x+3 \mid x+2 \\ \text{dar } x+3 \mid x+3 \\ \hline x+3 \mid -1 \end{array}$$

$$\Rightarrow x+3 \in \mathcal{D}_n = \{1, -1\} \Rightarrow$$

$$x \in \{-2, -4\}$$

$$\textcircled{v} \text{ pt } \boxed{x=-2} \quad \sqrt{\frac{0}{1}} = \sqrt{0} = 0 \in \mathbb{N} \cup A$$

$$\text{pt } \boxed{x=-4} \quad \sqrt{\frac{-2}{-1}} = \sqrt{2} \notin \mathbb{N}$$

$$S = \{-2\}$$

5p

3. Se consideră funcțiile $f, g, h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 3, g(x) = x + 1$ și $h(x) = -x - 3$.

a) Trasați graficele celor 3 funcții;

b) Calculați aria triunghiului determinat de intersecțiile, două câte două, ale reprezentărilor grafice ale celor 3 funcții.

a) $Gf \cap \{x = \{A\}\} \Rightarrow y_A = 0 \Rightarrow f(x_A) = 0$

$2x_A - 3 = 0 \Rightarrow x_A = \frac{3}{2} \Rightarrow A(\frac{3}{2}; 0)$

$Gf \cap \{y = \{B\}\} \Rightarrow x_B = 0 \Rightarrow f(0) = -3 \Rightarrow B(0; -3)$

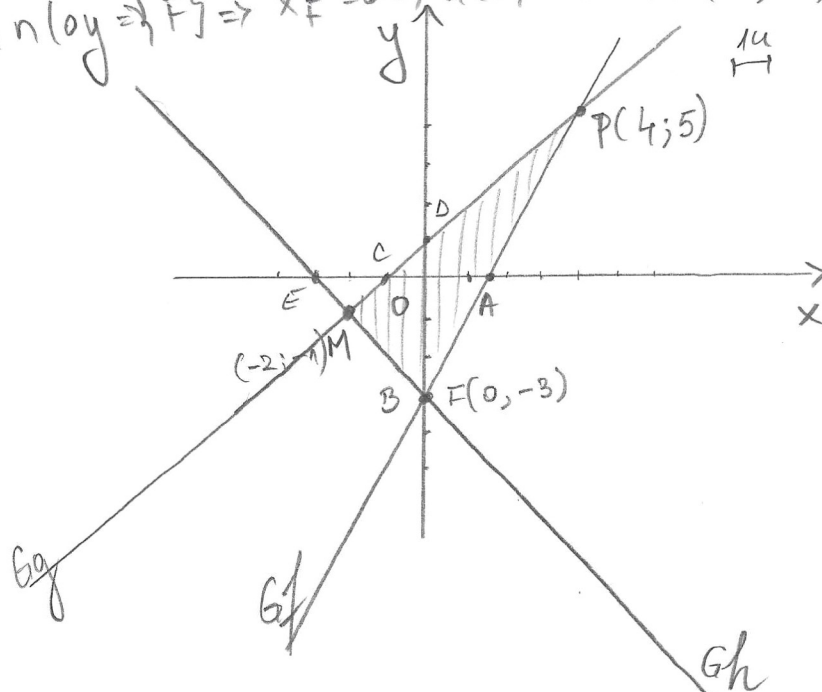
$Gg \cap \{x = \{C\}\} \Rightarrow y_C = 0 \Rightarrow g(x_C) = 0$

$x_C + 1 = 0 \Rightarrow x_C = -1 \Rightarrow C(-1; 0)$

$Gg \cap \{y = \{D\}\} \Rightarrow x_D = 0 \Rightarrow g(0) = 1 \Rightarrow D(0; 1)$

$Gh \cap \{x = \{E\}\} \Rightarrow y_E = 0 \Rightarrow h(x_E) = 0 \Rightarrow -x_E - 3 = 0$
 $x_E = -3 \Rightarrow E(-3; 0)$

$Gh \cap \{y = \{F\}\} \Rightarrow x_F = 0 \Rightarrow h(0) = -3 \Rightarrow F(0; -3) = B$



$Gf \cap Gg = \{P\} \Rightarrow 2x - 3 = x + 1$
 $x = 4 \Rightarrow f(4) = 8 - 3 = 5 \Rightarrow P(4; 5)$

$Gh \cap Gg = \{M\} \Rightarrow -x - 3 = x + 1 \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = -2$
 $g(-2) = -2 + 1 = -1 \Rightarrow M(-2; -1)$

$A_{\triangle MFP} = \frac{PM \cdot HF}{2} \Rightarrow A_{\triangle MFP} = \frac{6\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}}{2} = 12 (u^2)$

$MF = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$

$FP = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

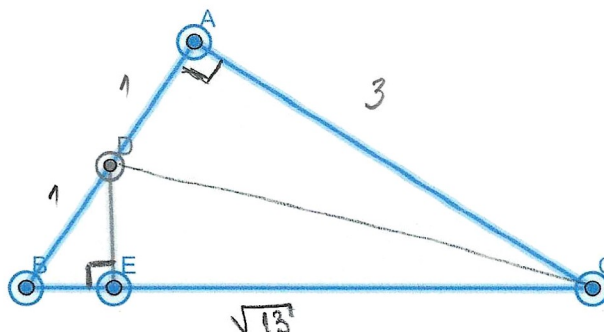
$PM = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

$\odot \sqrt{72} + \sqrt{8}^2 = \sqrt{80}^2 \text{ „A”}$
 $\Rightarrow \Delta \text{ dreptunghi}$

5p

4. În figura alăturată este reprezentat un triunghi ABC dreptunghic în A, fie D mijlocul catetei AB. Se duce $DE \perp BC$, $E \in BC$; $AB=2$ cm și $AC=3$ cm.

- Găsiți aria triunghiului BDC;
- Arătați că diferența pătratelor segmentelor formate de perpendiculară pe ipotenuză este egală cu pătratul celeilalte catete.



$$a) A_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} \Rightarrow A_{\triangle ABC} = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$CD - \text{mediana} \Rightarrow A_{\triangle BDC} = \frac{3}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$b) BC = \sqrt{13} \text{ (T.P.T.)}$$

$$\triangle DEB \sim \triangle CAB \text{ (UU)} \quad \begin{cases} \hat{A} = \hat{E} (90^\circ) \\ \hat{B} \text{ comun} \end{cases}$$

$$\frac{DE}{CA} = \frac{EB}{AB} = \frac{DB}{CB}$$

$$\frac{DE}{3} = \frac{EB}{2} = \frac{1}{\sqrt{13}} \Rightarrow BE = \frac{2}{\sqrt{13}} \Rightarrow BE = \frac{2\sqrt{13}}{13} \text{ (cm)}$$

$$EC = \frac{\sqrt{13}}{13} - \frac{2\sqrt{13}}{13} = \frac{11\sqrt{13}}{13} \text{ (cm)}$$

$$EC^2 - BE^2 = \frac{11^2 \cdot 13}{13^2} - \frac{4 \cdot 13}{13^2} = \frac{121 \cdot 13 - 4}{13^2} = \frac{117}{13} = 9$$

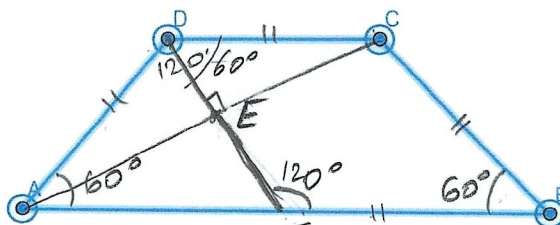
$$\begin{array}{r} 117 \overline{) 117} \\ 117 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$A^4 = 3^2$$

5p

5. Fie trapezul ABCD, cu $AB \parallel CD$, $AD = BC = CD$ și $\angle A = \angle B = 60^\circ$. Construim $DE \perp AC$, unde $E \in AC$ și notăm $AB \cap DE = \{F\}$. Arătați că:

- a) $BC = 2 \cdot EF$;
b) $CF \perp BD$.



a) $\triangle ADC$ is pt că $AD = DC$ } $\Rightarrow DE$ med $\Rightarrow E$ mijl AC
 $DE \perp AC$
 bis $\Rightarrow \angle ADE = \angle EDC = 60^\circ$

$\triangle DEA$ dr $\sin E$; $\angle D = 60^\circ \Rightarrow \angle DAE = 30^\circ$

$$\Rightarrow DE = \frac{1}{2} \cdot DA \quad \left. \begin{array}{l} DA = BC \end{array} \right\} \Rightarrow DE = \frac{BC}{2}$$

$\angle DCB = 120^\circ$
 $\angle FBC = 60^\circ$
 $\angle CDF = 60^\circ$ } $\Rightarrow \angle DFB = 120^\circ \Rightarrow \square DCBF$ paralelogram

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} DF = CB \\ DE = \frac{BC}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow EF = DF - DE = CB - \frac{CB}{2} = \frac{CB}{2} \text{ c.c.t.d.}$$

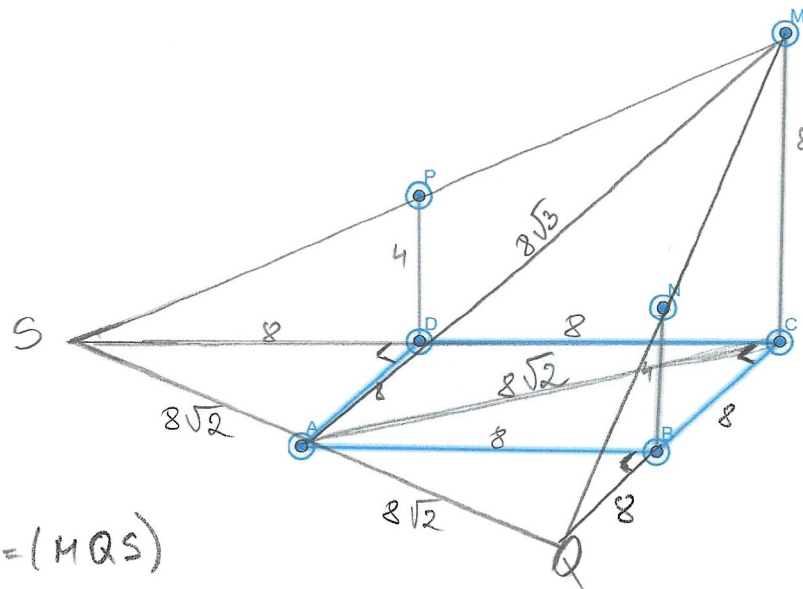
b) $\square DCBF$ par. cu $DC = CB \Rightarrow \square DCBF$ romb
 $\Rightarrow CF \perp DB$ (diag. în romb)

5p

6. Pe planul pătratului ABCD de latură 8 cm ridicăm în punctele B, C, D de aceeași parte a planului, perpendicularele NB=4 cm, MC=8 cm și PD=4 cm. Fie $MN \cap BC = \{Q\}$ și $MP \cap DC = \{S\}$.

a) Arătați că $A \in (MNP)$;

b) Calculați aria triunghiului MQS.



$$a) (MNP) = (MQS)$$

$$\left. \begin{array}{l} NB \perp (ABC) \\ MC \perp (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow NB \parallel MC \quad \left. \begin{array}{l} NB = 4 \\ MC = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow NB \text{ este mijl } \Delta HQC$$

$\Rightarrow N$ - mijl lui HQ

$$B - N - QC \Rightarrow BQ = 8 \text{ cm}$$

Analog PD este mijl $\Delta HCS \Rightarrow DC = DS = 8 \text{ cm}$

$$\Delta ABQ \text{ drept în } \hat{B} \Rightarrow AQ = 8\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\Delta SDA \text{ drept în } \hat{D} \Rightarrow SA = 8\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\Delta SCQ \text{ drept în } \hat{C} \Rightarrow SQ = \sqrt{16^2 + 16^2} = 16\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$SQ = SA + AQ \Rightarrow S - A - Q \text{ coliniare} \Rightarrow A \in (MNP)$$

$$b) \left. \begin{array}{l} \Delta SCQ \text{ drept în } \hat{C} = 90^\circ \\ A - \text{mijl lui } SQ \end{array} \right\} \Rightarrow CA \perp SQ$$

$$HC \perp (ABC)$$

$$HC \perp CA$$

$$CA \perp SQ$$

$$CA, SQ \subset (ABC)$$

$$CA = 8\sqrt{2} \text{ (diagonală pătrat)}$$

$$\Rightarrow \Delta HCA \text{ drept în } \hat{C} \Rightarrow HA = 8\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$A_{\Delta HMQ} = \frac{HA \cdot SQ}{2}$$

$$= \frac{8\sqrt{3} \cdot 16\sqrt{2}}{2} = 64\sqrt{6} \text{ (cm}^2\text{)}$$