

Testul numărul 2

Subiectul I (30 puncte)

1. Rezultatul calculului $2^{-1} + 6^{-1} + 12^{-1} + 20^{-1}$ este:

a) -40;

b) $\frac{4}{5}$;

c) 10;

d) $\frac{10}{8}$.

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} = \frac{40+8}{60} = \frac{48}{60} = \frac{4}{5}$$

2. Numărul de divizori ai numărului 120 este:

a) 16;

b) 20;

c) 10;

d) 12.

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \Rightarrow \text{nr div} = (3+1)(1+1)(1+1) = 4 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

3. Din setul de numere 6,76; 6,7(6); 6,(76); 6,67 cel mai mare număr este:

a) 6,67;

b) 6,76;

c) 6,7(6);

d) 6,(76).

4. Determinați cifra x astfel încât numerele $4\overline{x}$ și $\overline{x4}$ să fie direct proporționale cu 4 și

7.

a) 6;

b) 8;

c) 10;

d) 9.

$$\frac{4\overline{x}}{4} = \frac{\overline{x4}}{7} \Rightarrow \frac{40+x}{4} = \frac{10x+4}{7} \Leftrightarrow 280+7x=40x+16$$

$$264 = 33x \Rightarrow x=8$$

5. Soluțiile ecuației $-4x^2 + 7x - 3 = 0$ sunt:

a) $\{1, \frac{3}{4}\}$;

b) $\{-1, -\frac{3}{4}\}$

c) $\{1, -\frac{3}{4}\}$

d) $\{-1, \frac{3}{4}\}$

$$4x^2 - 7x + 3 = 0$$

$$a=4 \quad b=-7 \quad c=3$$

$$\Delta = 49 - 48 = 1$$

$$x_{1/2} = \frac{7 \pm 1}{8} = \left\langle \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \right\rangle$$

6. Numarul real $2\sqrt{3} \in (\sqrt{12}, \sqrt{13})$. Această afirmație este:

a) Adevarată

b) Falsă

$$2\sqrt{3} = \sqrt{12} \notin (\sqrt{12}, \sqrt{13})$$

Subiectul II (30 puncte)

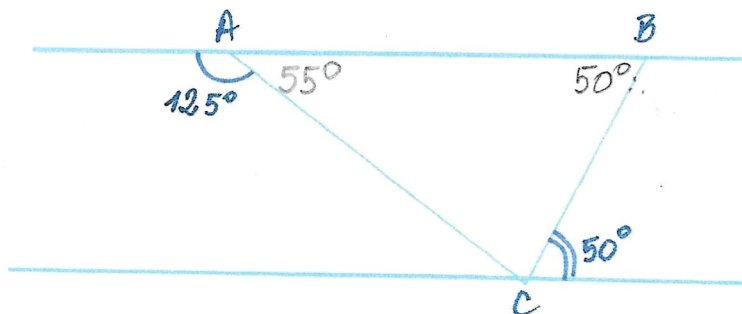
1. În figura de mai jos avem punctele A, M, N și B coliniare în această ordine. Știm că $AM \equiv MN$, B este simetricul lui A fata de N iar lungimea lui $AM=3,5$ cm. Lungimea segmentului AB este:

- a) 12;
b) 14;
c) 15;
d) 10.



2. Dreptele paralele a și b sunt tăiate de secantele AC și BC, măsura $\widehat{ACB}$ este:

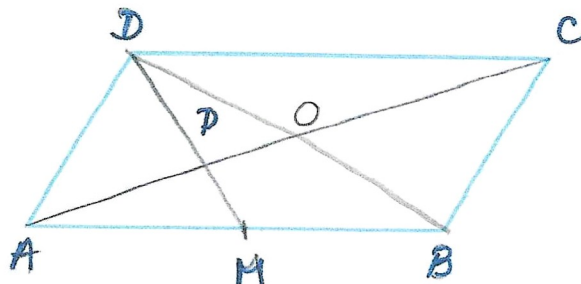
- a) 55° ;
b) 50° ;
c) 70° ;
d) 75° .



$$\begin{array}{r} 180^\circ \\ - 105^\circ \\ \hline 75^\circ \end{array}$$

3. În figura alăturată, patrulaterul ABCD este paralelogram, punctul M este mijlocul laturii AB și $DM \cap AC = \{P\}$. Valoarea raportului $\frac{PM}{PD}$ este egala cu:

- a) 0,4;
b) 1;
c) 0,5;
d) 2.



AO, DM - med în $\triangle DAB$

$$\downarrow$$

$$P = G \text{ al } \triangle \Rightarrow \frac{PM}{PD} = \frac{1}{2} = 0,5$$

4. Se dă triunghiul ABC dreptunghic în $\hat{A}$, în care $\hat{C} = 30^\circ$. Bisectoarea lui $\hat{B}$ intersectează latura AC în D. Dacă lungimea segmentului DC este de 10 cm, atunci distanța de la punctul A la dreapta BC este:

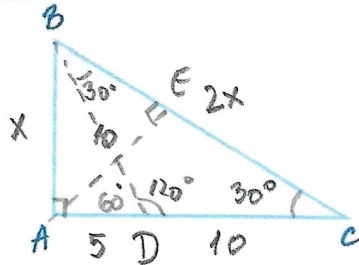
- a) 4,5 cm;
b) 6,5 cm;
c) 5,5 cm;
d) 7,5 cm.

$$15 = x\sqrt{3}$$

$$x = \frac{15\sqrt{3}}{3}$$

$$x = 5\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

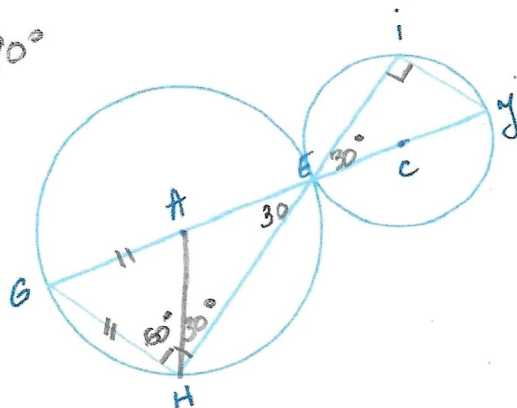
$$AE = \frac{5\sqrt{3} \cdot 15}{10\sqrt{3}} = \frac{15}{2} = 7,5$$



5. În figura alăturată, cercurile de centre A și C sunt tangente exterior. Segmentele GE și EJ sunt diametre în cercurile date. A, E, C coliniare și H, E, I coliniare. Dacă $HG=AG$, atunci măsura lui $\hat{IJE}$ este:

- a) 45° ;
b) 90° ;
c) 60° ;
d) 30° .

GE diametru $\Rightarrow \hat{GHE} = 90^\circ$
 ΔGAH echil
 $\Rightarrow \hat{AHE} = 30^\circ$
 $\Rightarrow \hat{AEH} = 30^\circ$
 $\Rightarrow \hat{IEY} = 30^\circ$
 $\Rightarrow \hat{IJE} = 60^\circ$



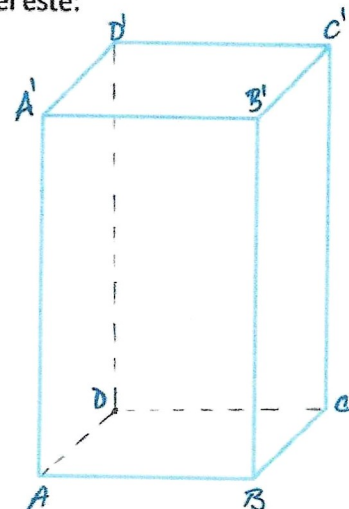
6. Prisma $ABCD A' B' C' D'$ din figura alăturată este o prismă patrulateră regulată, în care $AB=5$ cm și $CC'=11$ cm. Lungimea diagonalei prisme este:

- a) $3\sqrt{19}$ cm;
b) $\sqrt{181}$ cm;
c) $3\sqrt{17}$ cm;
d) $9\sqrt{19}$ cm.

$$AC' = \sqrt{5^2 + 5^2 + 11^2}$$

$$AC' = \sqrt{171}$$

$$AC' = 3\sqrt{19}$$



Subiectul III (30 puncte)

1. Mai mulți copii vor să cumpere un obiect. Dacă fiecare ar da câte 15 lei, atunci ar mai trebui 100 lei, iar dacă fiecare ar da câte 20 lei, le-ar ramane 25 lei.

- Cât costă obiectul?
- Cât ar trebui să dea fiecare copil pentru a strânge exact suma necesară achiziționării obiectului?

a) Fie $e = \text{nr. elevi}$
 $p = \text{preț obiect}$

$$\begin{cases} 15 \cdot e + 100 = p \\ 20 \cdot e - 25 = p \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} 15e + 100 &= 20e - 25 \\ 5e &= 125 \\ e &= 25 \end{aligned}$$

$$p = 15 \cdot 25 + 100 = 475 \text{ lei.}$$

b) $475 : 25 = 19 \text{ lei}$

2. Fie expresia

$$E(x) = \left(\frac{x-6}{x^2-25} - \frac{x}{5-x} - \frac{2}{x+5} \right) : \frac{2x^2+x-6}{x^2-25}, \text{ unde } x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -5; -2; \frac{3}{2}; 5 \right\}.$$

a) Arătați că $(x+2)(2x-3) = 2x^2 + x - 6$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

b) Arătați că $E(x) = \frac{x+2}{2x-3}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -5; -2; \frac{3}{2}; 5 \right\}$.

a) $(x+2)(2x-3) = 2x^2 - 3x + 4x - 6 = 2x^2 + x - 6$ "A"

b) $E(x) = \left[\frac{x-6}{(x-5)(x+5)} + \frac{\frac{x+5}{x}}{x-5} - \frac{2}{x+5} \right] \cdot \frac{(x-5)(x+5)}{(x+2)(2x-3)}$

$$E(x) = \left[\frac{x-6 + x^2+5x-2x+10}{(x-5)(x+5)} \right] \cdot \frac{(x-5)(x+5)}{(x+2)(2x-3)}$$

$$E(x) = \frac{x^2+4x+4}{(x+5)(x-5)} \cdot \frac{(x-5)(x+5)}{(x+2)(2x-3)}$$

$$E(x) = \frac{(x+2)^2}{(x+2)(2x-3)} = \frac{x+2}{2x-3} \text{ "A"}$$

3. Se consideră numărul $a = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}}$.

a) Arătați că $a = \frac{1}{2}$.

b) Determinați suma tuturor numerelor naturale n , mai mici decât 100, pentru care numărul $\sqrt{n \cdot a}$ este natural.

$$\begin{aligned} \text{a) } a &= \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{12}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}} \\ &= 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{A} \end{aligned}$$

$$\text{b) } \sqrt{n \cdot \frac{1}{2}} = \text{nr nat} \Leftrightarrow n \cdot \frac{1}{2} = \text{pătrat perfect} \Rightarrow n < 100 \text{ ; nat.}$$

$$\Rightarrow n = \text{nr par} \Rightarrow n = \text{pătrat perfect} \cdot 2.$$

$$n < 100$$

$$\text{pp.} \in \{0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, \dots\} \mid \cdot 2$$

$$\Rightarrow m \in \{0, 2, 8, 18, 32, 50, 72, 98\}$$

$$\text{Suma} = 0 + 2 + 8 + 18 + 32 + 50 + 72 + 98$$

$$10 + 50 + 50 + 170 = \underline{\underline{280}}$$

5. În figura alăturată este reprezentat un triunghi ABC, cu $AC=18$ cm, $AB=12$ cm. Punctul $S \in AC$, iar $\frac{SC}{SA} = \frac{1}{2}$ și $\angle SBA = 60^\circ$.

- Arată că $SB=12$ cm;
- Dacă R este mijlocul segmentului SA , iar $M \in CB$ astfel încât $CM=MB$, calculează lungimea segmentului RM .

(Preluată din culegerea Art Klett, 40 de teste secvențiale, 2026)

Num $AC=18$ cm

$$\frac{CS}{SA} = \frac{1}{2} \Rightarrow SA = 2 \cdot CS$$

$$AC = SC + 2CS = 3CS$$

$$18 = 3 \cdot CS \Rightarrow CS = 6 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow SA = 12 \text{ cm.}$$

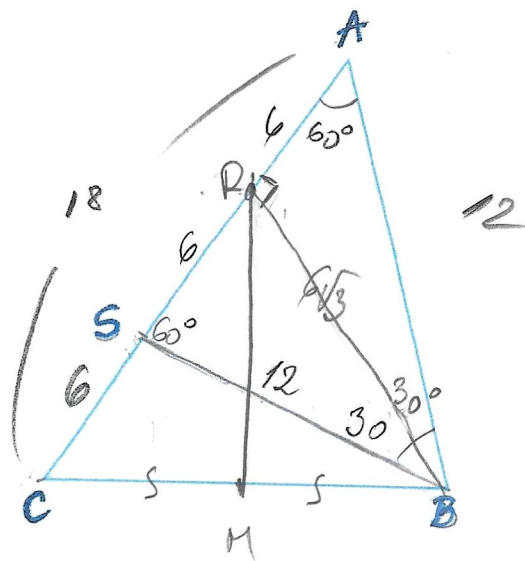
$$\text{dar } AB = 12$$

$$\angle B = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle SAB \text{ echil.}$$

$$\Downarrow$$

$$SB = 12 \text{ (cm)}$$



$$b) \triangle ASB \text{ echil. } \left. \begin{array}{l} R - \text{mijl } AS \end{array} \right\} \Rightarrow BR \text{ med.} \Rightarrow BR \perp AS \Rightarrow BR = \frac{12\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\triangle CRB \text{ dre. în } \hat{R} \left. \begin{array}{l} M - \text{mijl } BC \end{array} \right\} \Rightarrow RM \text{ med.} \Rightarrow RM = \frac{1}{2} \cdot BC$$

$$\triangle CRB \text{ dre. în } \hat{R} \Rightarrow CB^2 = 12^2 + (6\sqrt{3})^2$$

$$CB = \sqrt{144 + 108}$$

$$CB = \sqrt{252} = 6\sqrt{7} \text{ (cm)}$$

$$\begin{array}{r|l} 252 & 2 > 2 \\ 126 & 2 > 2 \\ 63 & 3 > 3 \\ 21 & 3 > 3 \\ 7 & 7 \end{array}$$

$$\Rightarrow RM = \frac{6\sqrt{7}}{2} = 3\sqrt{7} \text{ (cm)}$$

6. În cubul $ABCD A' B' C' D'$, punctele O și M sunt centrele fețelor $ABCD$, respectiv $BCC' B'$.
Dacă $AC' = 12\sqrt{6}$ cm, atunci:

- Determinați distanța de la B la OM ;
- Determinați măsura unghiului format de AD' și OM .

a) $AC' = \text{diagon cub}$

$$AC' = l\sqrt{3} \Rightarrow$$

$$12\sqrt{6} = l\sqrt{3} \Rightarrow l = 12\sqrt{2}$$

O - mijl lui BD } $\Rightarrow OM$ linie mijl $\triangle BDC'$
 M - " - BC' }

$\triangle BDC'$ echil

cu latură

$$BC' = l\sqrt{2}$$

$$BC' = 24 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow OM = 12 \Rightarrow BO = BM = 12$$

$\triangle BOM$ echil cu latură de 12 $\Rightarrow d(B, OM) = BT \perp OM$, unde T - mijl OM
 $BT = \frac{12\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}$

b) $\angle(AD', OM) = \angle(BC', OM) = \angle(BC', C'D) = 60^\circ$ pt că $\triangle BDC'$ echil

